Estimation des distributions a posteriori à l'aide de méthodes numériques

Samuel Soubeyrand
Unité Biostatistique et Processus Spatiaux
INRA Paca

Ecole Chercheur BioBayes 2011
28 novembre – 2 décembre, La Rochelle

Pourquoi utiliser des méthodes numériques ?

- Ce que l'on cherche à quantifier en bayésien :
  - la loi a posteriori

$$f(\theta \mid Y) = \frac{f(Y \mid \theta)\pi(\theta)}{\int_\Theta f(Y \mid \alpha)\pi(\alpha)d\alpha}$$

  - et ses caractéristiques : moments a posteriori, maximum a posteriori, quantiles a posteriori, intervalles de crédibilité...

- Exemple : Nombre de succès sur n essais indépendants
  - modèle binomial : $Y \mid \theta \sim \text{Binomiale}(n, \theta)$
  - prior beta : $\theta \sim \text{Beta}(a, b)$
  - posterior[1] : $\theta \mid Y \sim \text{Beta}(a + Y, b - n + Y)$

1. Détail du calcul :

$$\begin{aligned} f(\theta \mid Y) &= \frac{C_n^Y \theta^Y (1-\theta)^{n-Y} \frac{\theta^{a-1}(1-\theta)^{b-1}}{B(a,b)}}{\int_0^1 C_n^Y \alpha^Y (1-\alpha)^{n-Y} \frac{\alpha^{a-1}(1-\alpha)^{b-1}}{B(a,b)} d\alpha} \\ &= \frac{\theta^{(a+Y)-1}(1-\theta)^{(b+n-Y)-1}}{B(a+Y, b+n-Y)} \end{aligned}$$

Pourquoi utiliser des méthodes numériques ?

- Ce que l'on cherche à quantifier en bayésien :
  - la loi a posteriori

$$f(\theta \mid Y) = \frac{f(Y \mid \theta)\pi(\theta)}{\int_\Theta f(Y \mid \alpha)\pi(\alpha)d\alpha}$$

  - et ses caractéristiques : moments a posteriori, maximum a posteriori, quantiles a posteriori, intervalles de crédibilité...

- Mais la loi a posteriori peut être difficilement calculable
  - Modèle avec nombreux paramètres et variables latentes :

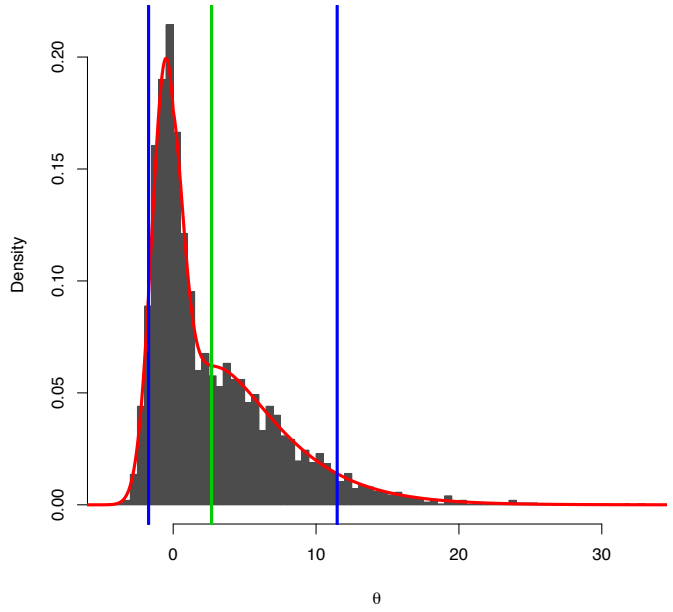
$$f(\theta_1, \ldots, \theta_K \mid Y) = \frac{f(Y \mid \theta_1, \ldots, \theta_K)\pi(\theta_1, \ldots, \theta_K)}{\int_{\Theta_1} \cdots \int_{\Theta_K} f(Y \mid \theta_1, \ldots, \theta_K)\pi(\alpha_1, \ldots, \alpha_K)d\alpha_1 \cdots d\alpha_K}$$

  - Les intégrales multiples (grande dimension) rendent difficile le calcul de la posterior jointe $f(\theta_1, \ldots, \theta_K \mid Y)$, des posteriors marginales $f(\theta_k \mid Y)$, des moments a posteriori $E(\theta_i^q \mid Y)$...

Pourquoi utiliser des méthodes numériques ?

- Ce que peuvent les méthodes numériques :
  - générer un échantillon issu de la loi a posteriori
  - sans passer par le calcul d'intégrales multiples

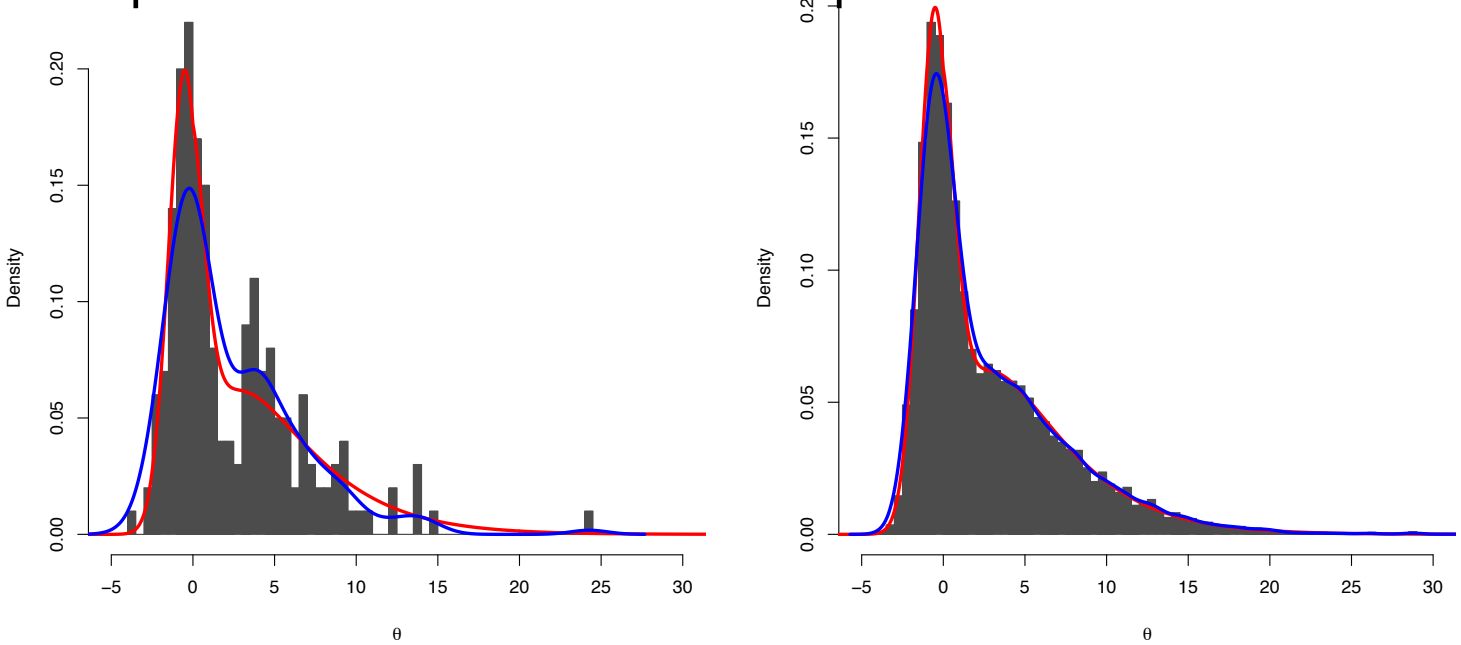
- A quoi sert cet échantillon ?
  - connaître intimement la loi a posteriori
  - estimer la densité a posteriori
  - estimer les moments a posteriori
    ex : $E(\theta \mid Y) \approx \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} \theta^{(i)}$
  - estimer des intervalles de crédibilité
  - ...



Pourquoi utiliser des méthodes numériques ?

- Ce que peuvent les méthodes numériques :
  - générer un échantillon issu de la loi a posteriori
  - sans passer par le calcul d'intégrales multiples

- Générer un grand échantillon pour correctement approcher la loi a posteriori et ses caractéristiques



Echantillons de taille 200 (histo gauche) et 10000 (histo droite)

Densités a posteriori vraies (rouge) et estimées (bleu)

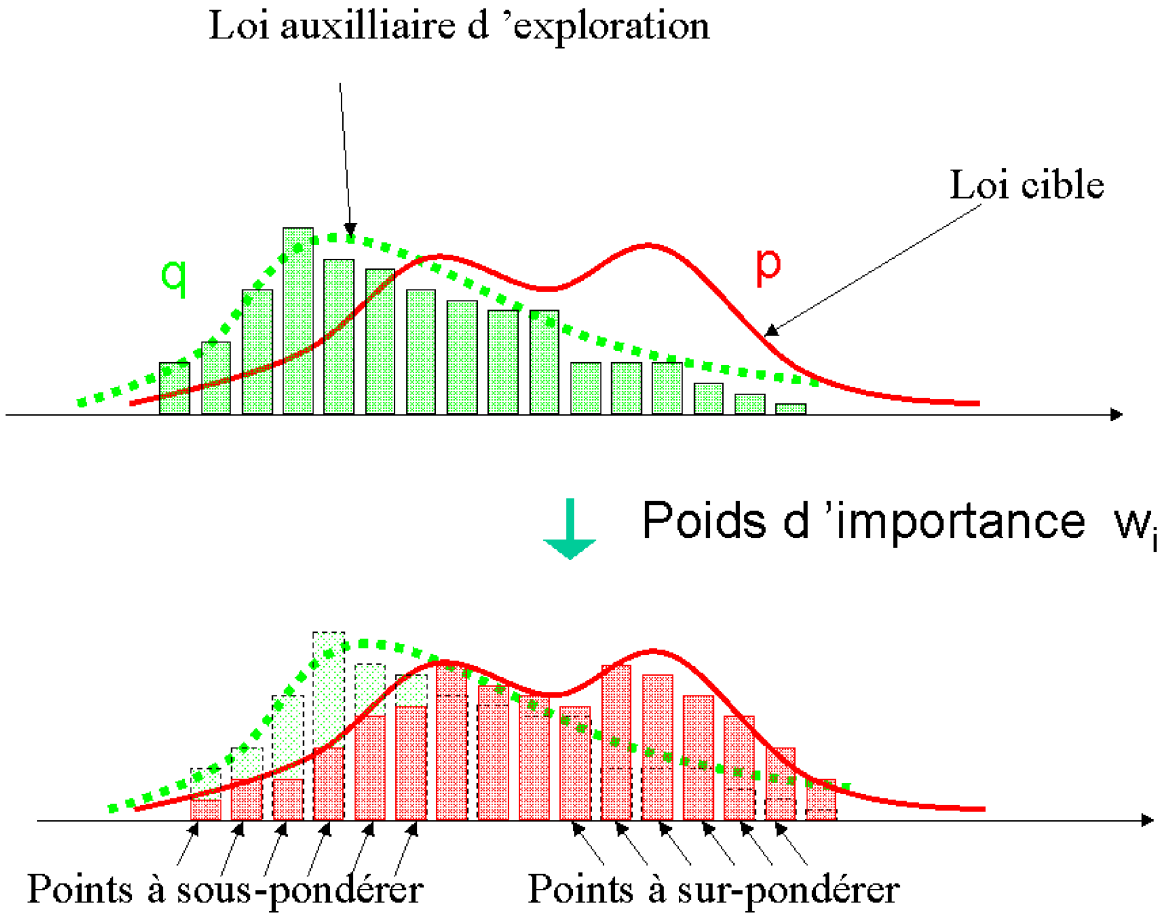
Plan de la présentation

- Introductions à quelques méthodes numériques permettant de générer un échantillon issu d'une loi a posteriori
  - Méthode de ré-échantillonnage
  - Algorithme de Monte-Carlo par Chaînes de Markov (MCMC)
    - avec échantillonneur de Gibbs
    - avec échantillonneur de Metropolis-Hastings
  - Méthode particulaire
  - Calcul bayésien approché (ABC)
- Applications

Quelques méthodes numériques

Ré-échantillonnage (sampling importance resampling)

Méthode numérique basé sur l'échantillonnage d'importance :



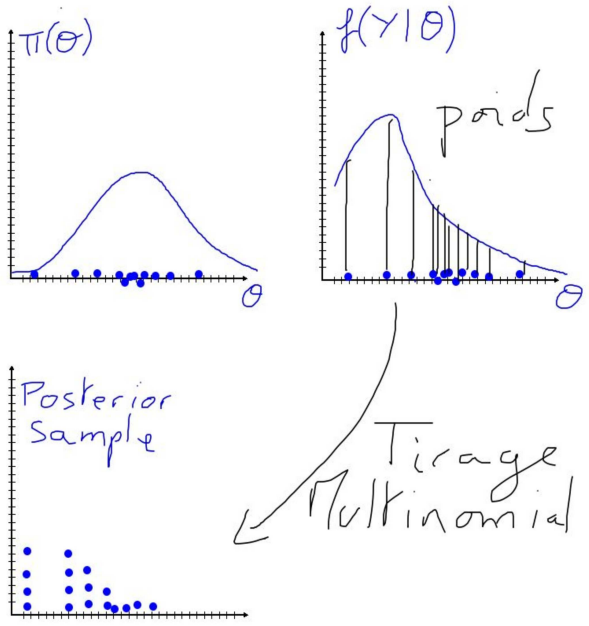
Extrait de Parent et Bernier (2007)

Ré-échantillonnage (sampling importance resampling)

Algorithme

1. Tirer un I-échantillon $\{\theta^{(1)}, \ldots, \theta^{(I)}\}$ dans la prior π
2. Attribuer à chaque $\theta^{(i)}$ le poids $w_i = \dfrac{f(Y|\theta^{(i)})}{\sum_{j=1}^{I} f(Y|\theta^{(j)})}$
3. Tirer avec remise (tirage multinomial) J valeurs dans le I-échantillon $\{\theta^{(1)}, \ldots, \theta^{(I)}\}$ avec les probabilités $w_1, \ldots, w_I$

Illustration des contributions de la prior et de la vraisemblance dans la méthode de ré-échantillonnage :



Ré-échantillonnage (sampling importance resampling)

Algorithme

1. Tirer un I-échantillon $\{\theta^{(1)}, \ldots, \theta^{(I)}\}$ dans la prior π
2. Attribuer à chaque $\theta^{(i)}$ le poids $w_i = \frac{f(Y|\theta^{(i)})}{\sum_{j=1}^{I} f(Y|\theta^{(j)})}$
3. Tirer avec remise (tirage multinomial) J valeurs dans le I-échantillon $\{\theta^{(1)}, \ldots, \theta^{(I)}\}$ avec les probabilités $w_1, \ldots, w_I$

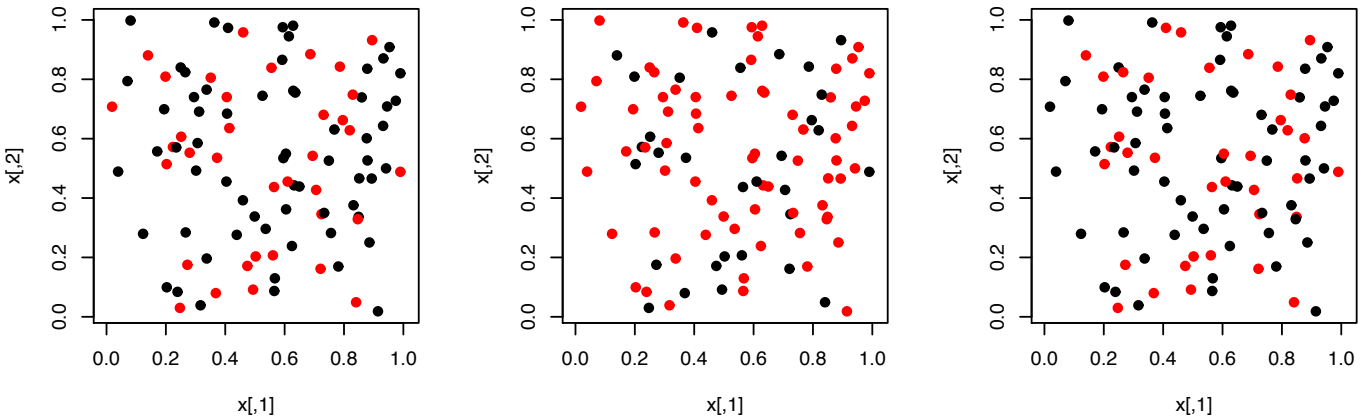
Amélioration possible de l'algorithme

- **en tirant l'I-échantillon dans une loi auxiliaire g**
- **et en corrigeant les poids w_i**

Ré-échantillonnage : Appli à un modèle métapopulationnel

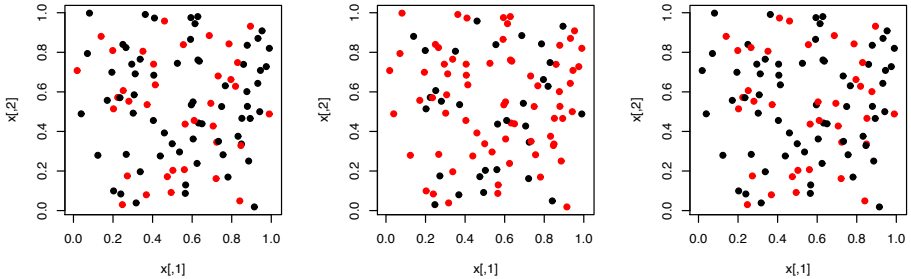
Données de présence/absence d'un pathogène

- sur un ensemble de sites hôtes $x_1, \ldots, x_n$
- à trois dates successives successives $t = 1$, $t = 2$ et $t = 3$



Noir : site vide, $Y(x, t) = 0$
Rouge : site occupé, $Y(x, t) = 1$

Ré-échantillonnage : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)



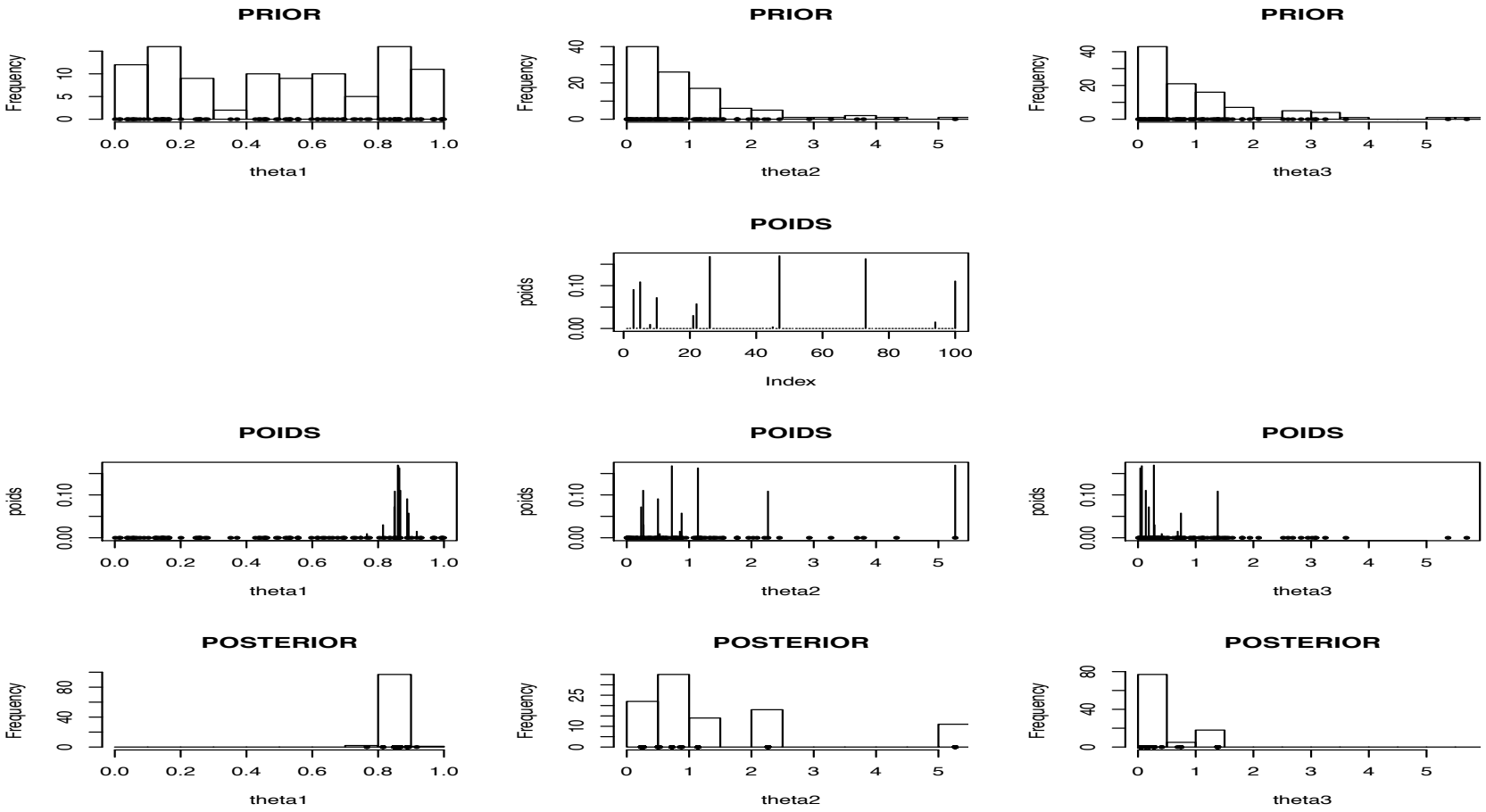
Noir : site vide, $Y(x,t) = 0$
Rouge : site occupé, $Y(x,t) = 1$

- Probabilités de transitions :
  - $1 \to 0$: θ_1 (probabilité d'extinction)
  - $1 \to 1$: $1 - \theta_1$
  - $0 \to 1$: $1 - \exp\{-S(x,t)\}$ (probabilité de colonisation)
  - $0 \to 0$: $\exp\{-S(x,t)\}$

  où $S(x,t) = \sum_{j=1}^{n} Y(x_j, t-1) \frac{\theta_2}{2\pi\theta_3^2} \exp\left(-\frac{||x - x_j||}{\theta_3}\right)$
- Lois a priori :
  - $\theta_1 \sim Uniforme(0,1)$
  - $\theta_2 \sim Exponentielle(1)$
  - $\theta_3 \sim Exponentielle(1)$

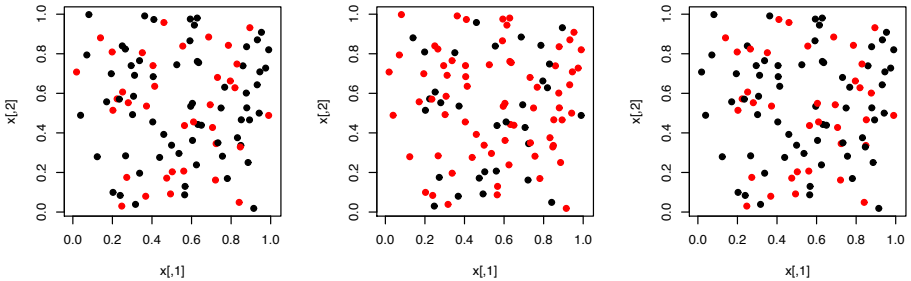
Ré-échantillonnage : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

Etapes de l'algorithme SIR (100 jeux de paramètres simulés) :

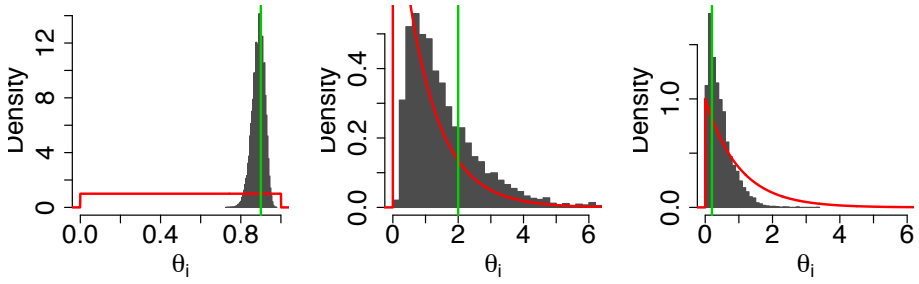


Ré-échantillonnage : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

- Données (noir : vide, $Y(x,t) = 0$; rouge : occupé, $Y(x,t) = 1$) :

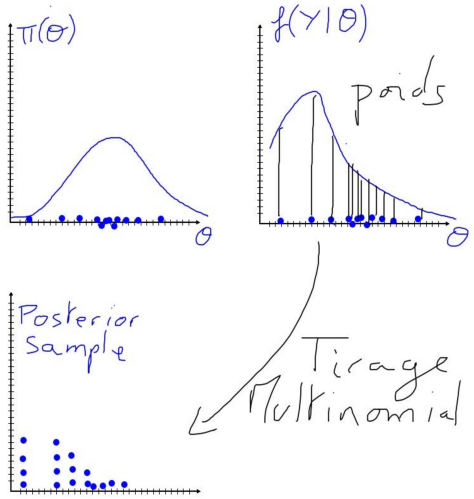


- Distributions a posteriori obtenues par la méthode de ré-échantillonnage (10^5 jeux de paramètres simulés) :

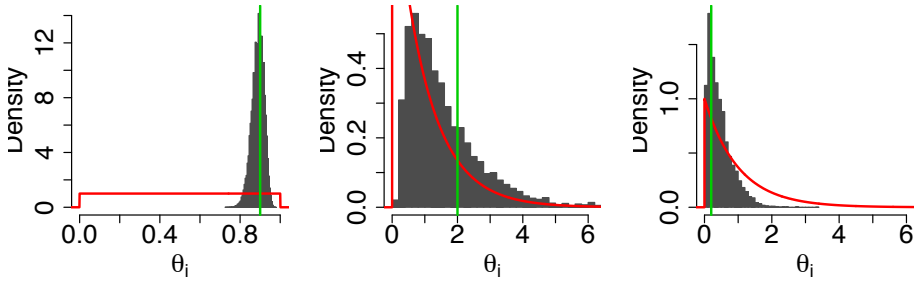


Ré-échantillonnage : Limites

- Doublons dans l'échantillon a posteriori

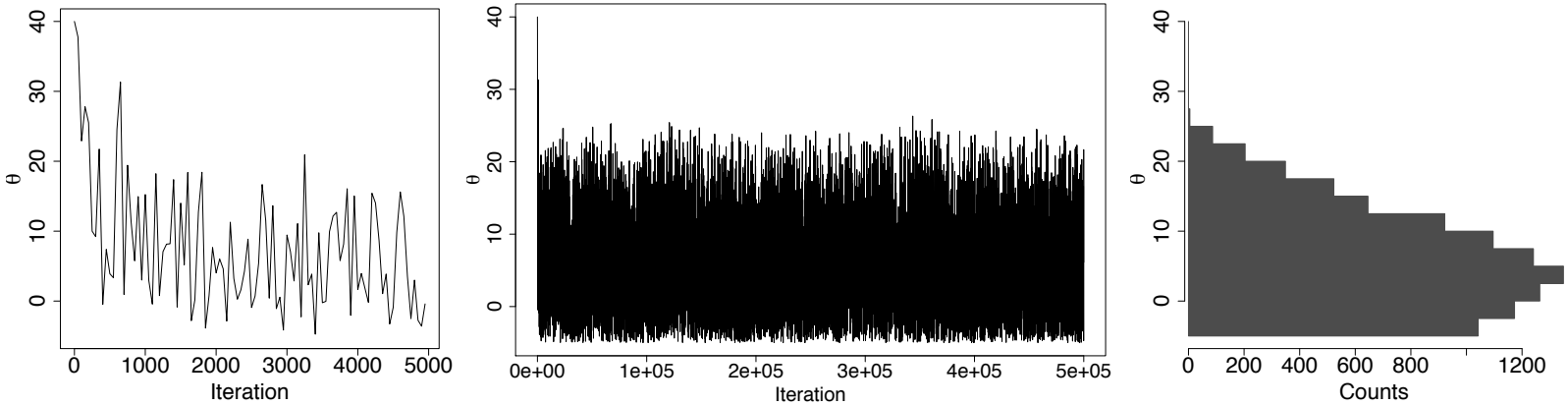


- Beaucoup de vecteurs de paramètres θ générés peuvent ne pas être retenus dans l'échantillon a posteriori ("rendement" faible)



MCMC : Présentation

- Méthodes de Monte Carlo par Chaînes de Markov
- Algorithmes utilisés dans WinBugs
- Algorithmes séquentiels : une séquence de réalisations dépendantes (i.e. une chaîne) de θ est générée
- Exploration ciblée de l'espace des paramètres (et des variables latentes)
- Qu'est-ce qu'une chaîne ?



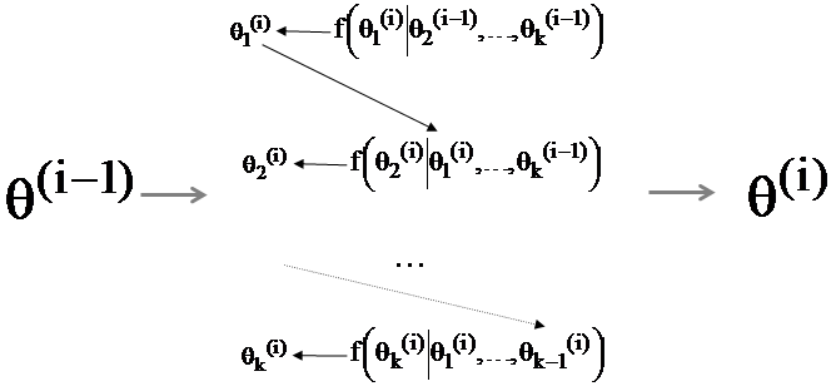
MCMC : Echantillonneur de Gibbs

Algorithme

0. Initialisation : donner des valeurs initiales aux K composantes de θ : $\theta^{(0)} = (\theta_1^{(0)}, \ldots, \theta_K^{(0)})$

i. A l'itération $i \in \{1, \ldots, I\}$:

- Générer $\theta_1^{(i)}$ selon la loi $f(\theta_1 \mid Y, \theta_2^{(i-1)}, \ldots, \theta_K^{(i-1)})$
- Générer $\theta_2^{(i)}$ selon la loi $f(\theta_2 \mid Y, \theta_1^{(i)}, \theta_3^{(i-1)}, \ldots, \theta_K^{(i-1)})$
- Générer $\theta_3^{(i)}$ selon la loi $f(\theta_3 \mid Y, \theta_1^{(i)}, \theta_2^{(i)}, \theta_4^{(i-1)}, \ldots, \theta_K^{(i-1)})$
- ...
- Générer $\theta_K^{(i)}$ selon la loi $f(\theta_K \mid Y, \theta_1^{(i)}, \ldots, \theta_{K-1}^{(i)})$



Extrait de Parent et Bernier (2007)

MCMC : Algorithme de Metropolis-Hastings

- Généralisation du MCMC–Gibbs
- Une loi de proposition arbitraire remplace la loi conditionnelle
- La mise à jour des paramètres n'est pas systématique (étape d'acceptation-rejet)
- La loi de proposition intervient dans la proba de mise à jour

MCMC : Algorithme de Metropolis-Hastings (suite)

Algorithme

0. Initialisation : donner des valeurs initiales aux K composantes de θ : $\theta^{(0)} = (\theta_1^{(0)}, \ldots, \theta_K^{(0)})$

i, k. A l'itération $i \in \{1, \ldots, I\}$, pour chaque k :

- Générer θ_k^{cand} selon la loi de proposition $g(\theta_k \mid \theta_k^{(i-1)})$
- Mettre à jour le paramètre ($\theta_k^{(i)} = \theta_k^{cand}$) avec la probabilité [a] :

$$\min\left[1, \frac{Posterior(\theta_k^{cand}) g(\theta_k^{(i-1)} \mid \theta_k^{cand})}{Posterior(\theta_k^{(i-1)}) g(\theta_k^{cand} \mid \theta_k^{(i-1)})}\right]$$

$$= \min\left[1, \frac{(Vraisemblance \times Prior)(\theta_k^{cand}) g(\theta_k^{(i-1)} \mid \theta_k^{cand})}{(Vraisemblance \times Prior)(\theta_k^{(i-1)}) g(\theta_k^{cand} \mid \theta_k^{(i-1)})}\right]$$

- Ne pas mettre à jour ($\theta_k^{(i)} = \theta_k^{(i-1)}$) sinon

---

a. Expression de la probabilité de mise à jour :

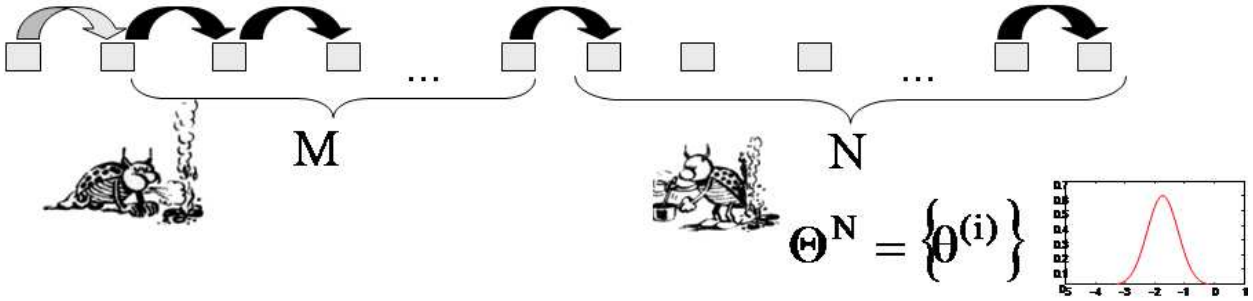
$$\min\left[1, \frac{f(Y \mid \theta_{1:k-1}^{(i)}, \theta_k^{cand}, \theta_{k+1:K}^{(i-1)}) \pi(\theta_{1:k-1}^{(i)}, \theta_k^{cand}, \theta_{k+1:K}^{(i-1)}) g(\theta_k^{(i-1)} \mid \theta_k^{cand})}{f(Y \mid \theta_{1:k-1}^{(i)}, \theta_k^{(i-1)}, \theta_{k+1:K}^{(i-1)}) \pi(\theta_{1:k-1}^{(i)}, \theta_k^{(i-1)}, \theta_{k+1:K}^{(i-1)}) g(\theta_k^{cand} \mid \theta_k^{(i-1)})}\right]$$

MCMC : Algorithme de Metropolis-Hastings (suite)

- Connaissance nécessaire de la loi cible (la loi a posteriori) qu'à une constante près

$$f(\theta_1, \ldots, \theta_K \mid Y) \propto f(Y \mid \theta_1, \ldots, \theta_K)\pi(\theta_1, \ldots, \theta_K)$$

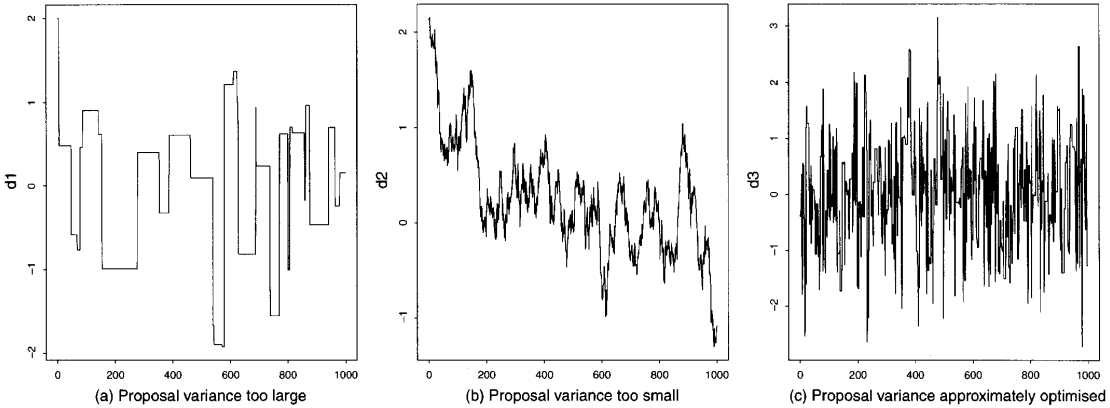
- Mise à jour par bloc
- Algorithmes hybrides combinant Gibbs et M-H
- Comme dans le MCMC–Gibbs, période de chauffe (burn-in) et régime de croisière (stationnaire)



- Contrairement au MCMC–Gibbs, choix des lois de proposition (paramètres de réglages, tuning)
- Question de la convergence de la chaîne vers son régime de croisière (vrai aussi pour le MCMC–Gibbs)

MCMC : Choix des lois de proposition g

- La rapidité de convergence de la chaîne dépend du choix des lois de proposition (formes et valeurs des paramètres)



Extrait de Roberts and Rosenthal (2001)

- Tirage indépendant de la valeur courante du paramètre

  ex1 : $g(\theta \mid \theta^{(i-1)})$ est la densité d'une $Normale(\mu, \sigma^2)$

  ex2 : $g(\theta \mid \theta^{(i-1)})$ est la densité d'une $Gamma(\alpha, \beta)$

- Marche aléatoire homogène

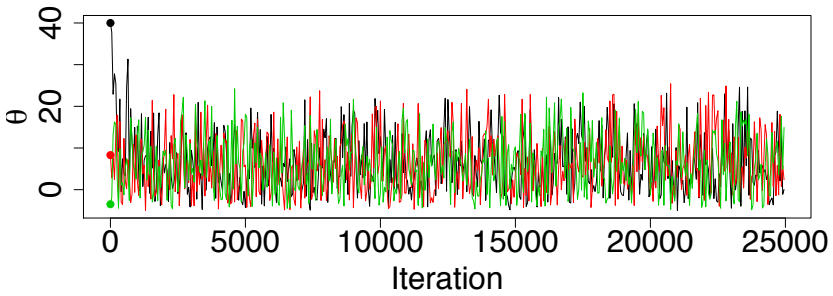
  ex1 : $g(\theta \mid \theta^{(i-1)})$ est la densité d'une $Normale(\theta^{(i-1)}, \sigma^2)$

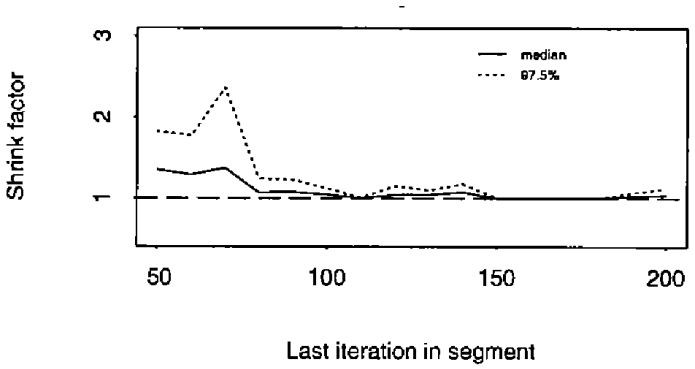
  ex2 : $g(\theta \mid \theta^{(i-1)})$ est la densité d'une $Gamma((\frac{\theta^{(i-1)}}{\sigma})^2, \frac{\sigma^2}{\theta^{(i-1)}})$ tq $E(\theta \mid \theta^{(i-1)}) = \theta^{(i-1)}$ et $Var(\theta \mid \theta^{(i-1)}) = \sigma^2$

- Taux de mise à jour à viser (par essai–erreur) : 25%
- Méthodes adaptatives

MCMC : Diagnostics de convergence des chaînes

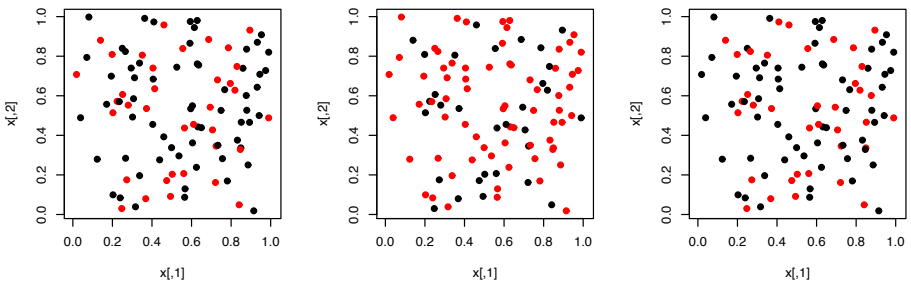
- Quelle convergence ?
  - Convergence vers la stationarité
  - Convergence des moyennes empiriques
    La chaîne a-t-elle exploré toutes les facettes de la distribution cible ?
  - Convergence vers un échantillonnage i.i.d.
- Un exemple de diagnostic : la méthode de Gelman–Rubin qui est basée
  - sur plusieurs chaînes initialisées différemment
  - sur les variances inter-chaîne et intra-chaîne





MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

- Données (noir : vide, $Y(x,t) = 0$; rouge : occupé, $Y(x,t) = 1$) :



- MCMC hybride :
  - Gibbs pour le paramètre de survie θ_1 :

$$\theta_1 \mid Y, \theta_2, \theta_3 \sim Beta(1 + \sum_{x,t} [Y_{xt} : 1 \to 0], 1 + \sum_{x,t} [Y_{xt} : 1 \to 1])$$

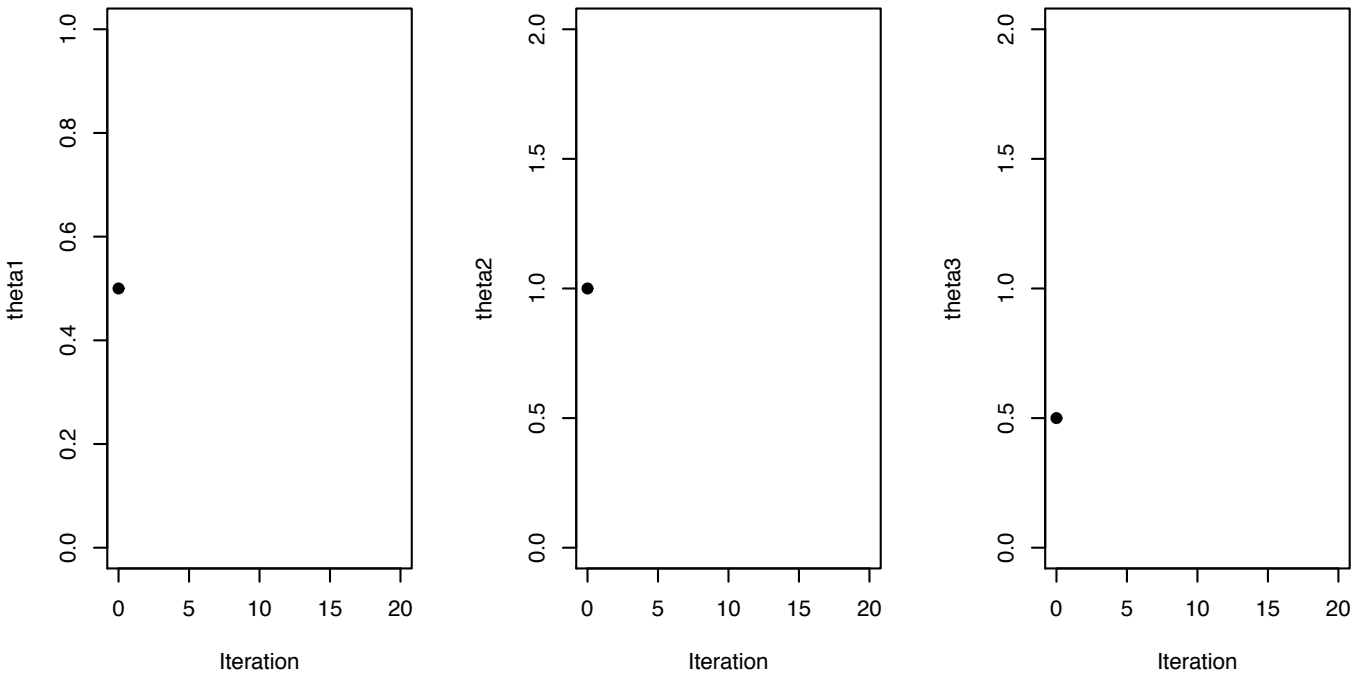
  - Metropolis-Hastings par bloc pour les paramètres de colonisation (θ_2, θ_3) avec pour lois de propositions :

$$\theta_2 \mid \theta_2^{(i-1)} \sim Gamma\left(\left(\frac{\theta_2^{(i-1)}}{0.5}\right)^2, \frac{0.5^2}{\theta_2^{(i-1)}}\right)$$

$$\theta_3 \mid \theta_3^{(i-1)} \sim Gamma\left(\left(\frac{\theta_3^{(i-1)}}{0.2}\right)^2, \frac{0.2^2}{\theta_3^{(i-1)}}\right)$$

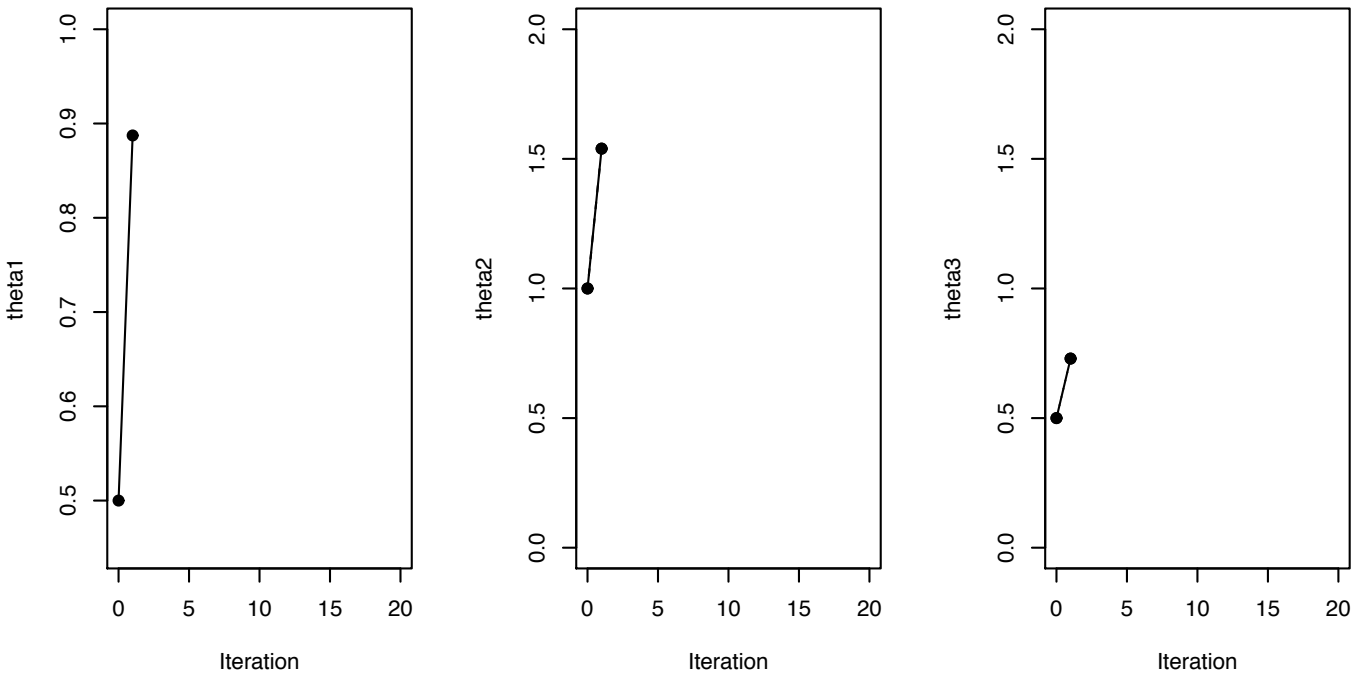
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



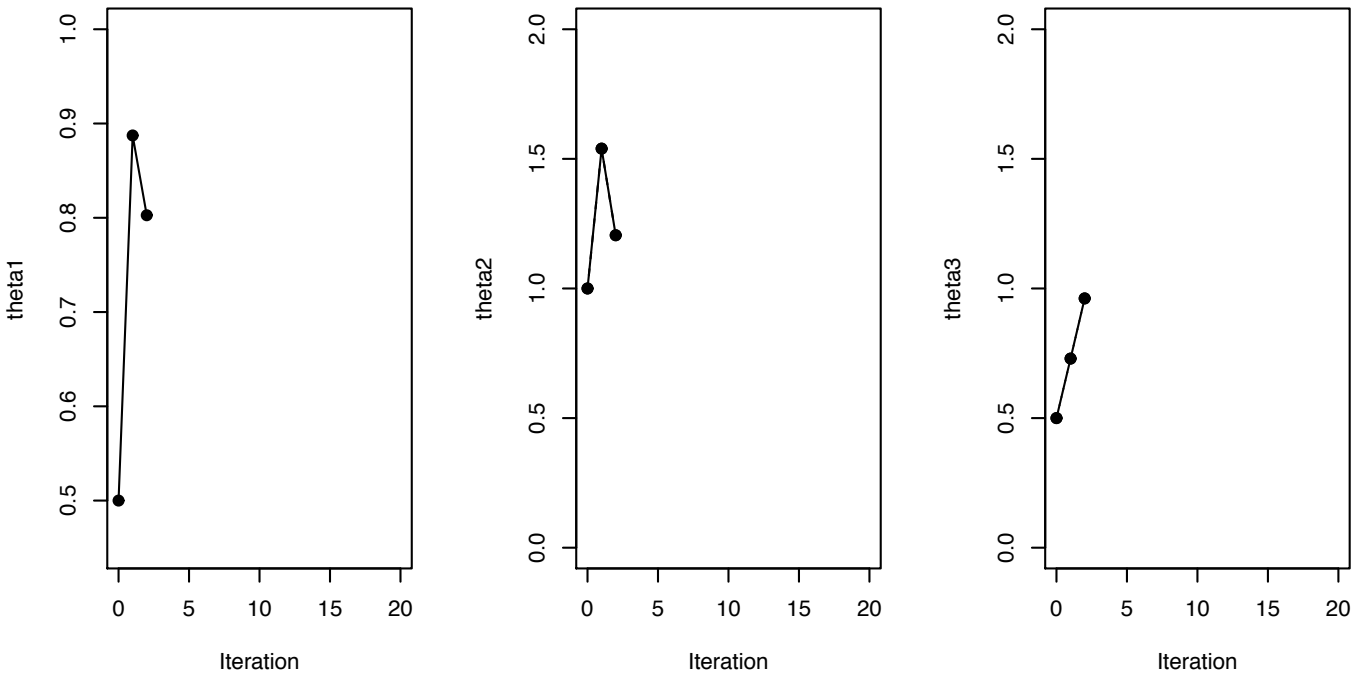
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



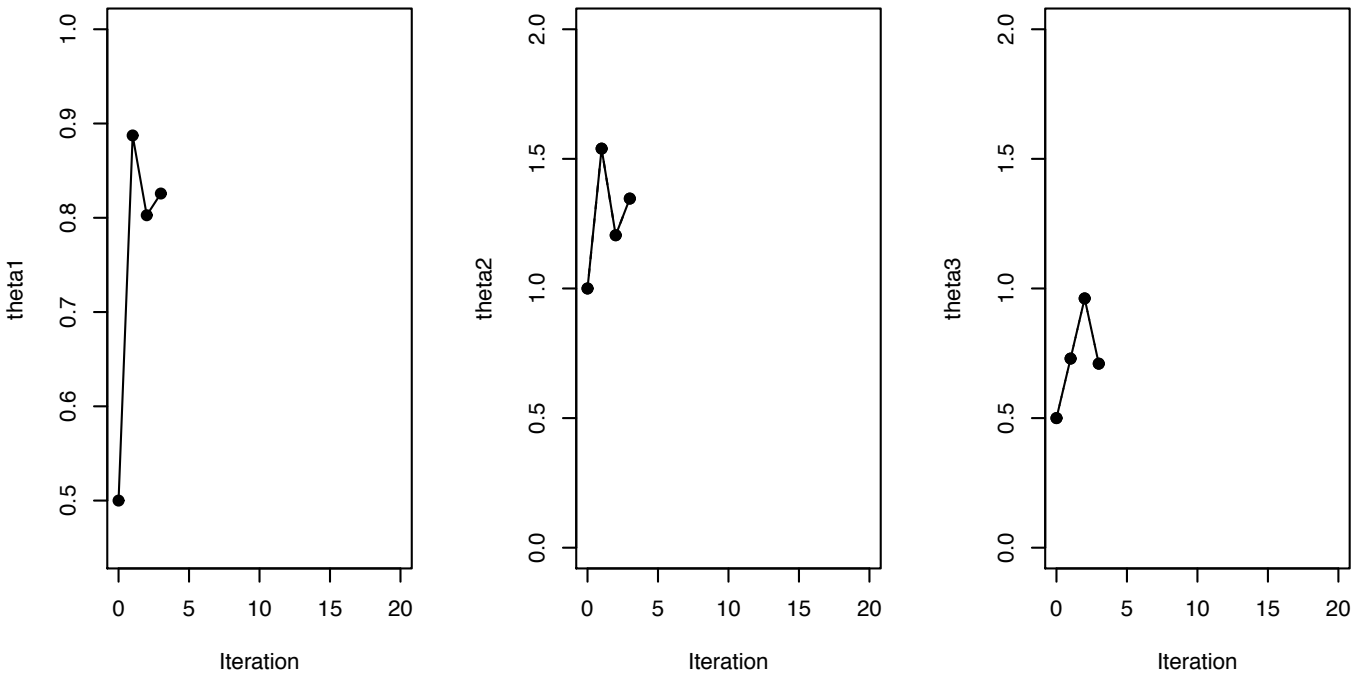
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



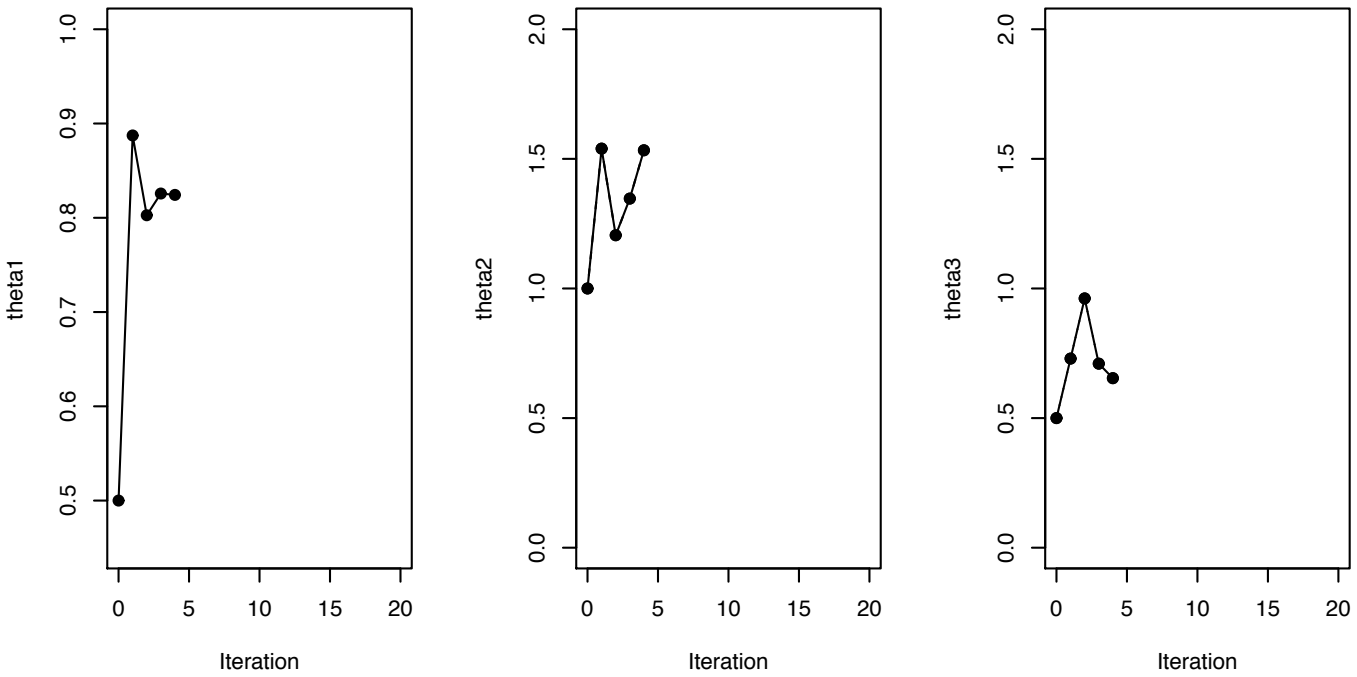
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



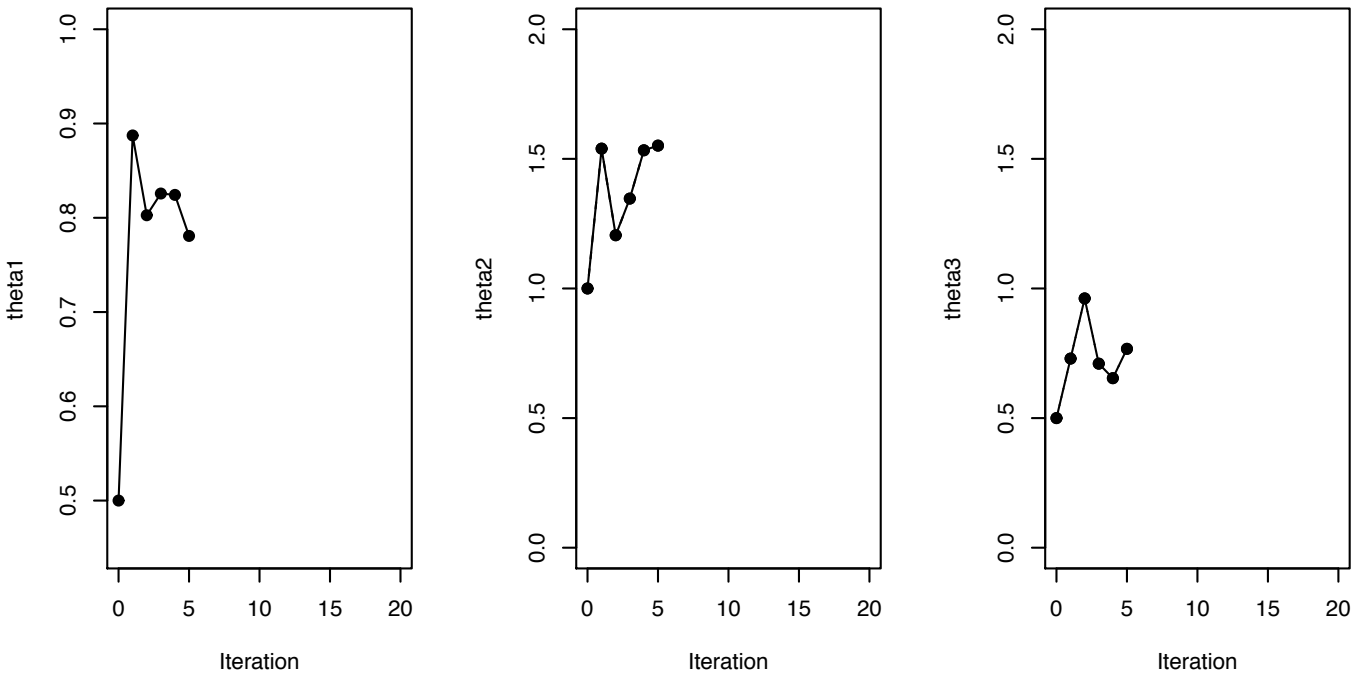
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



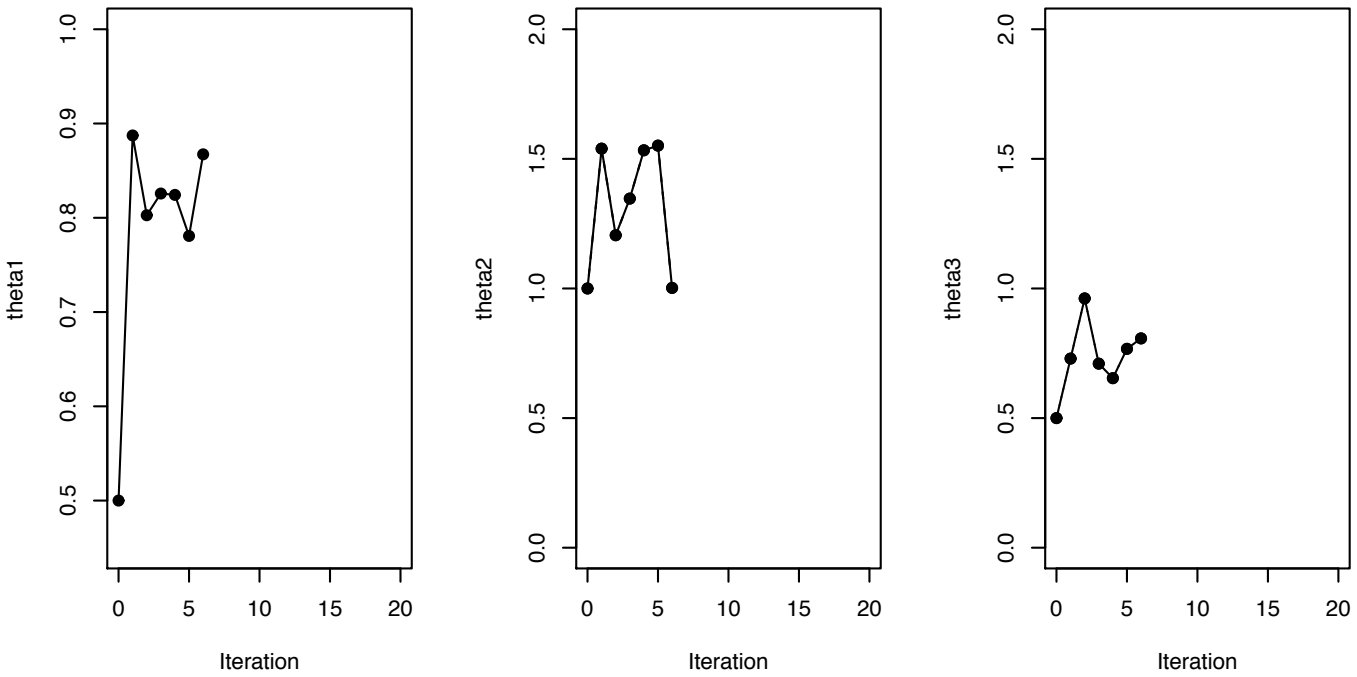
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



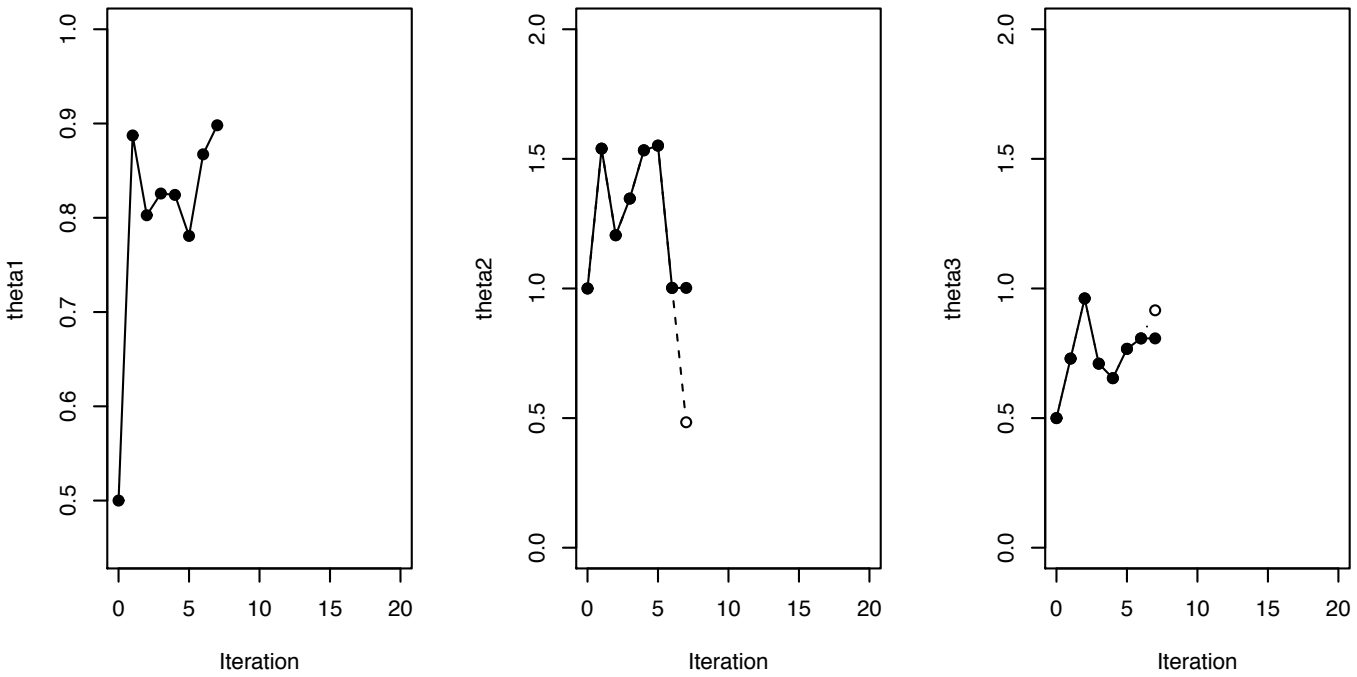
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



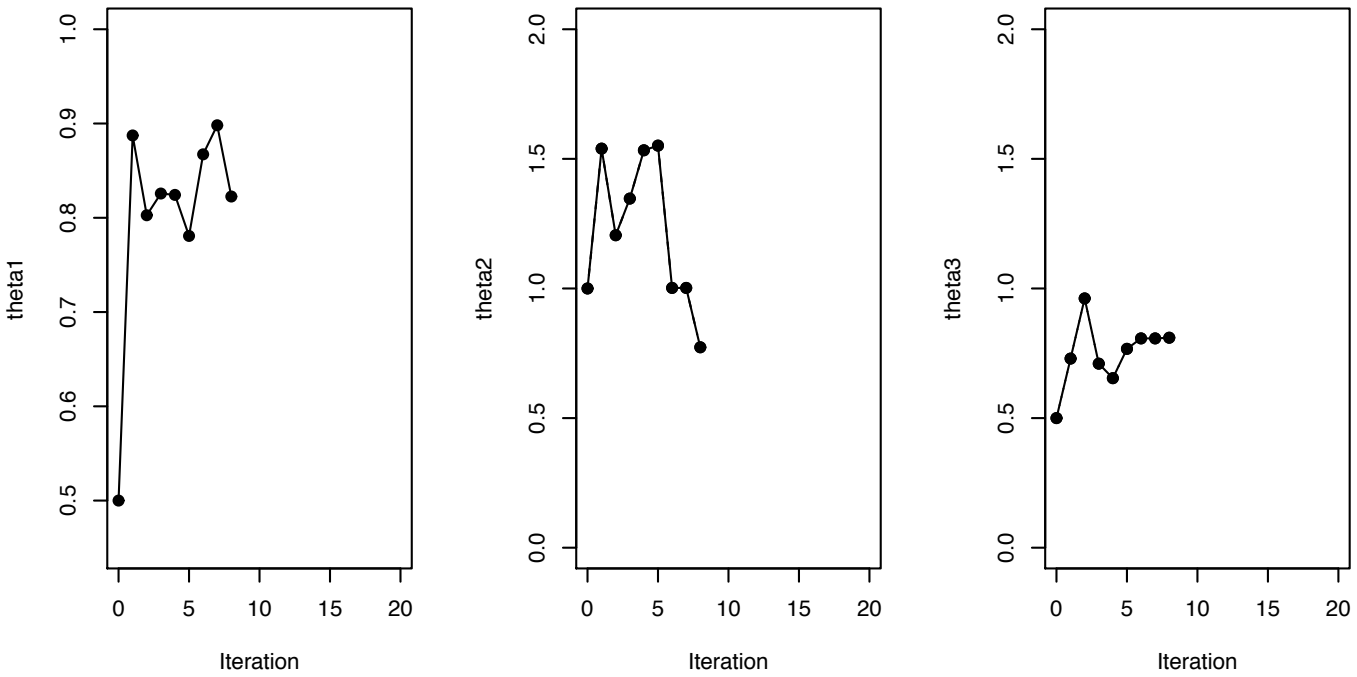
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



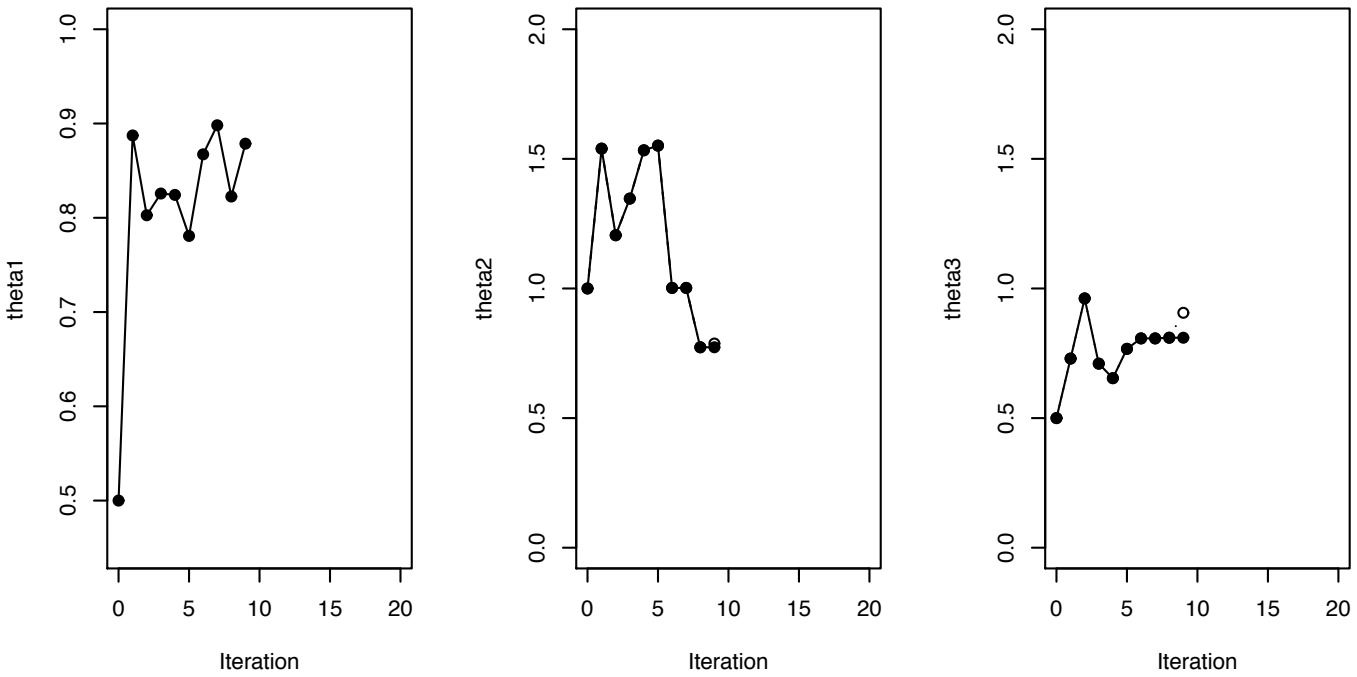
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



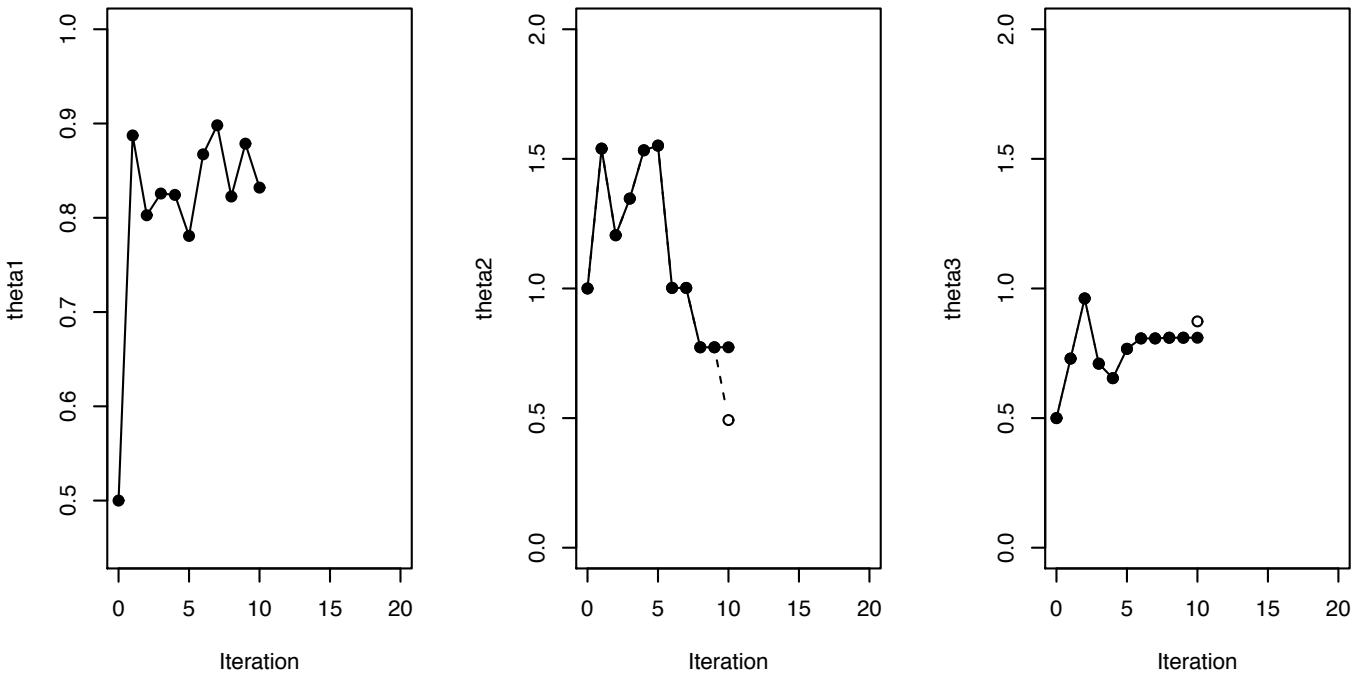
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



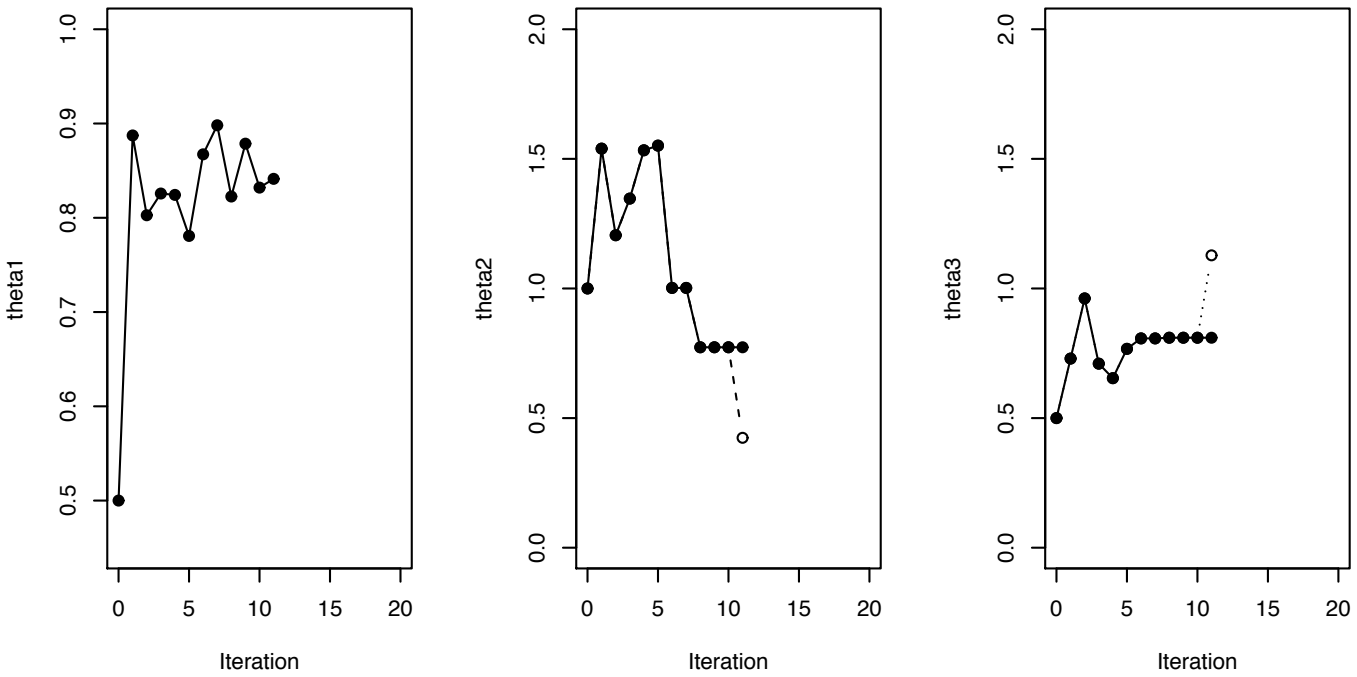
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



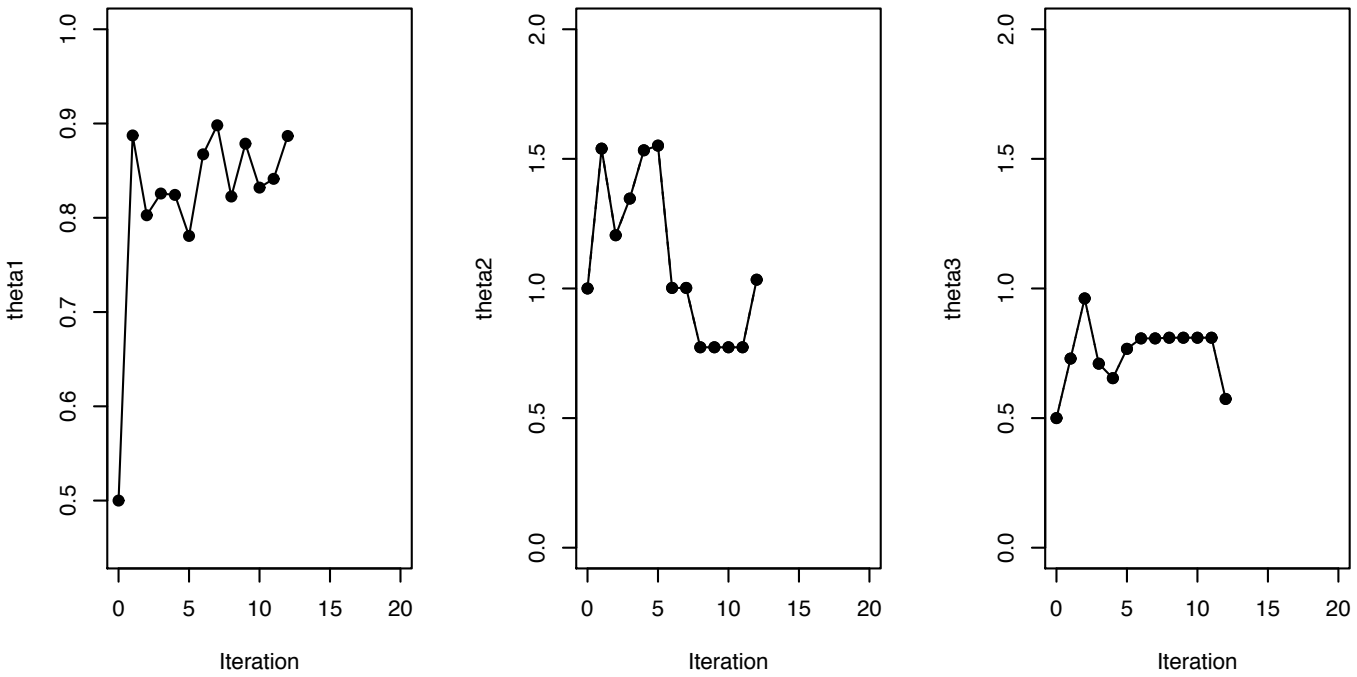
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



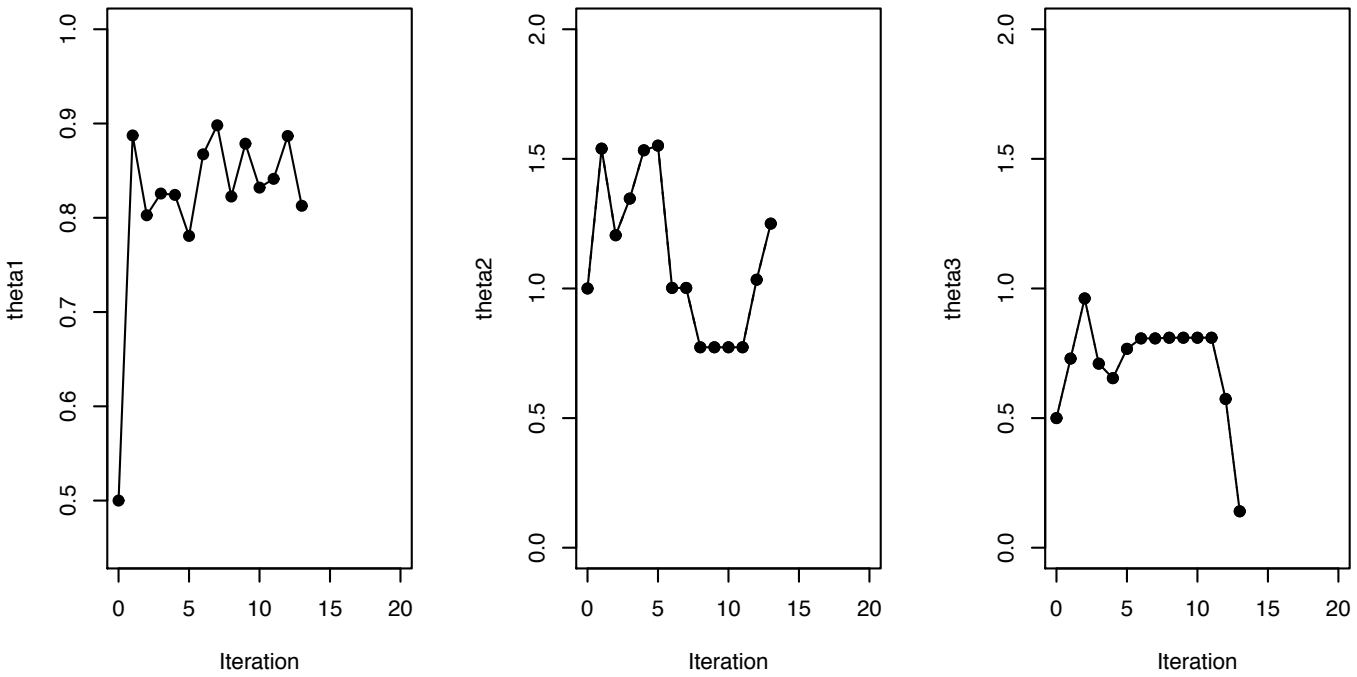
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



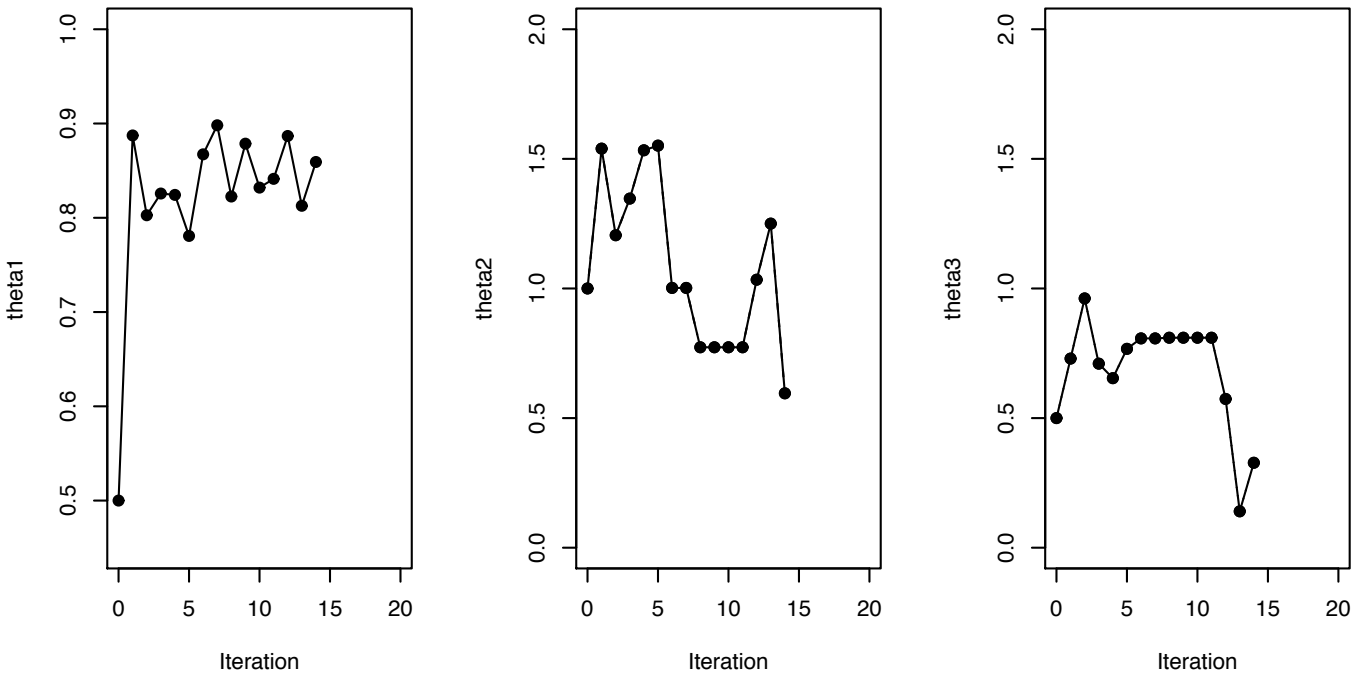
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



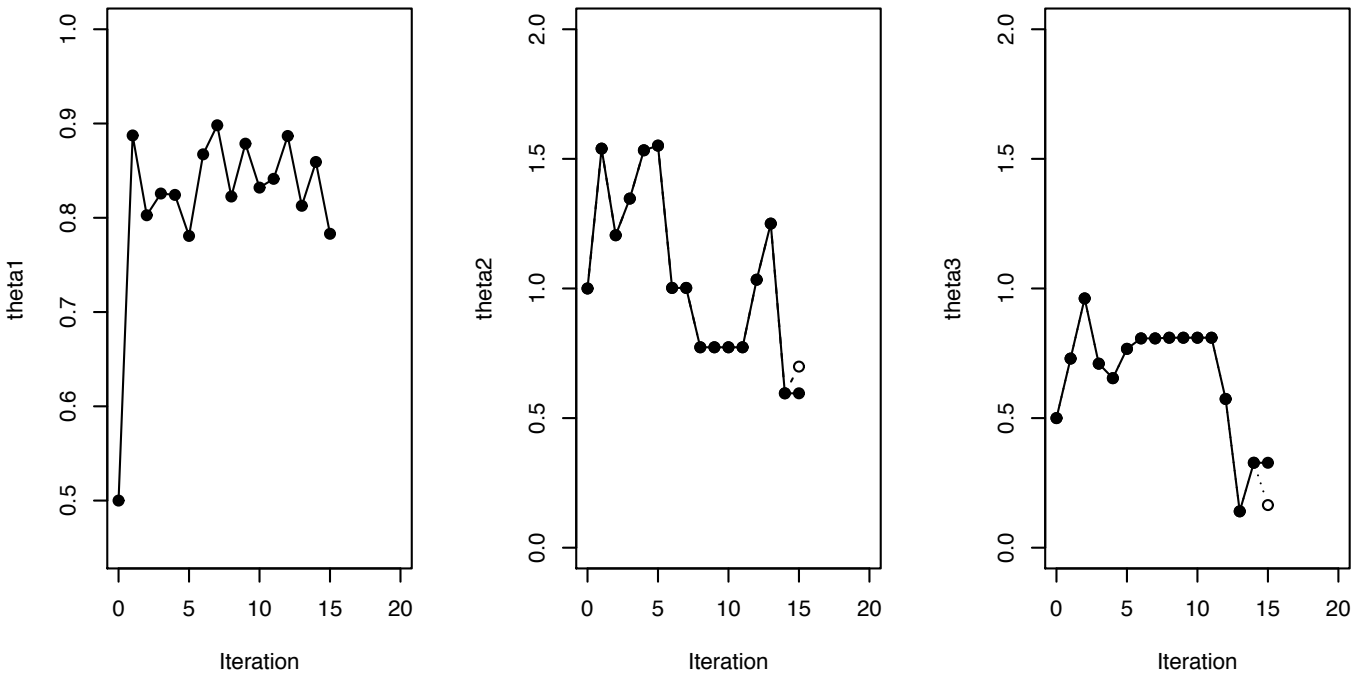
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



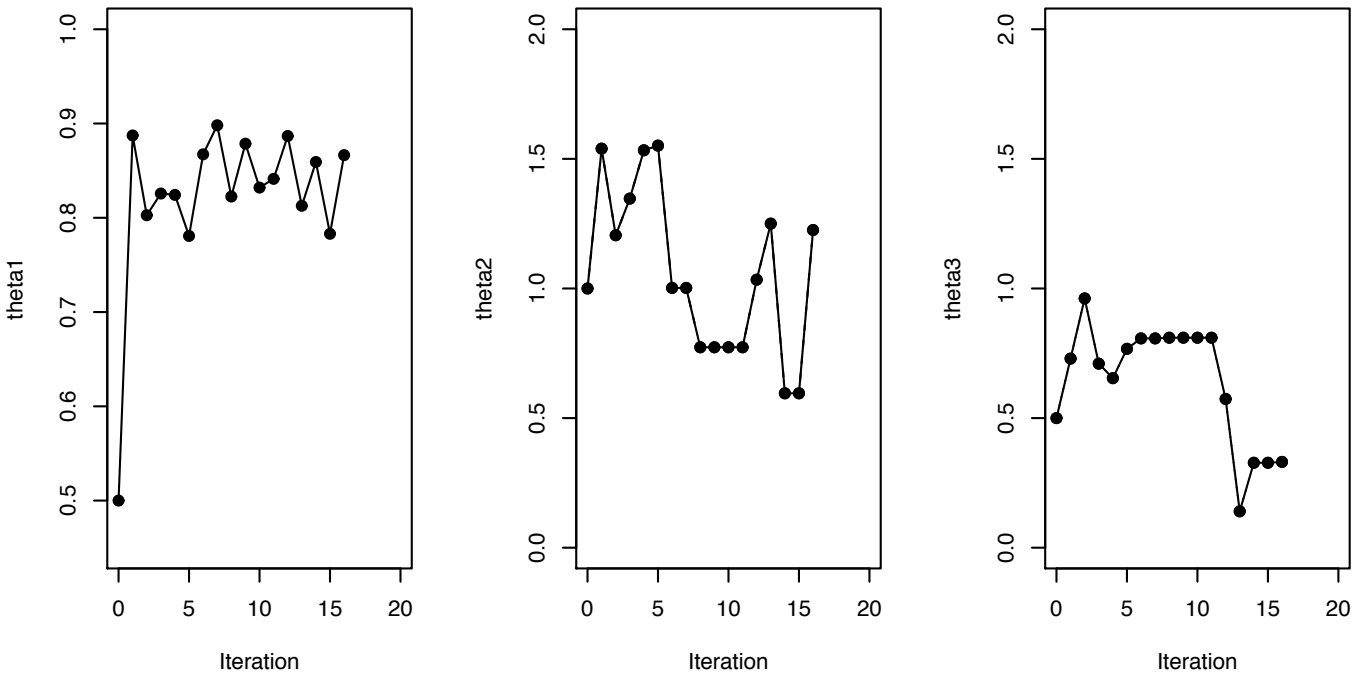
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



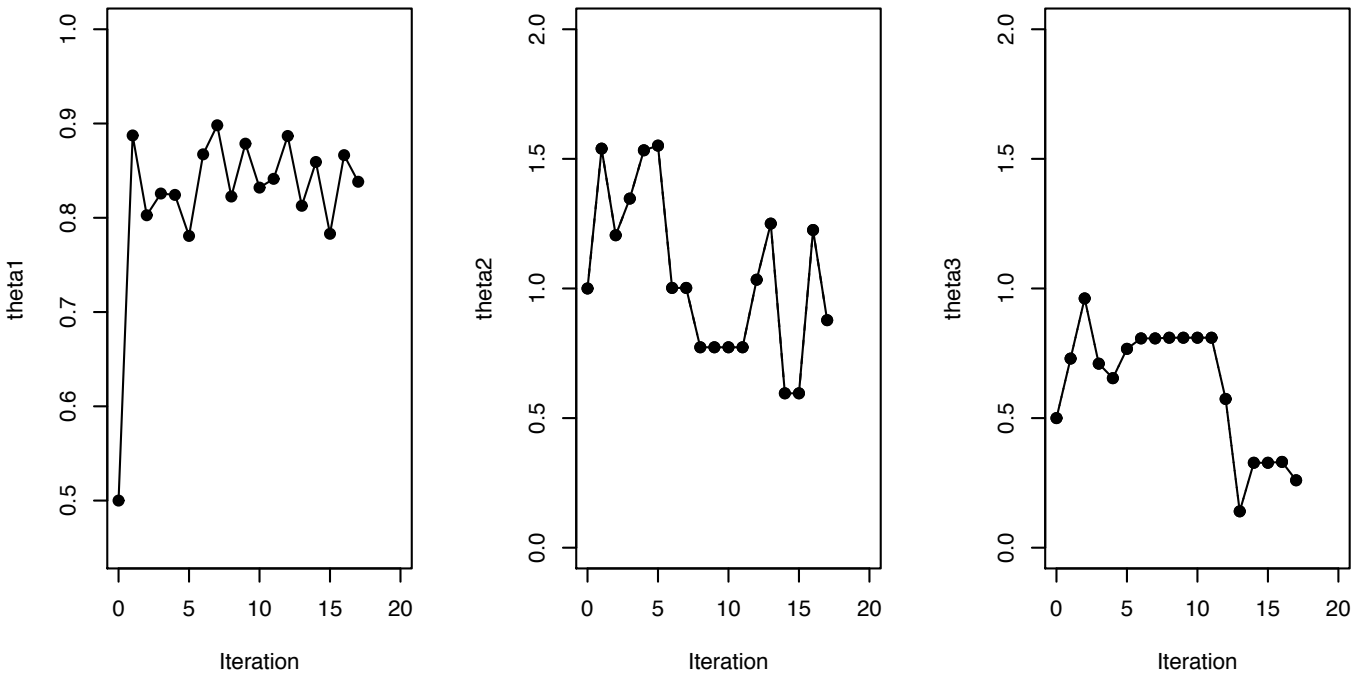
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



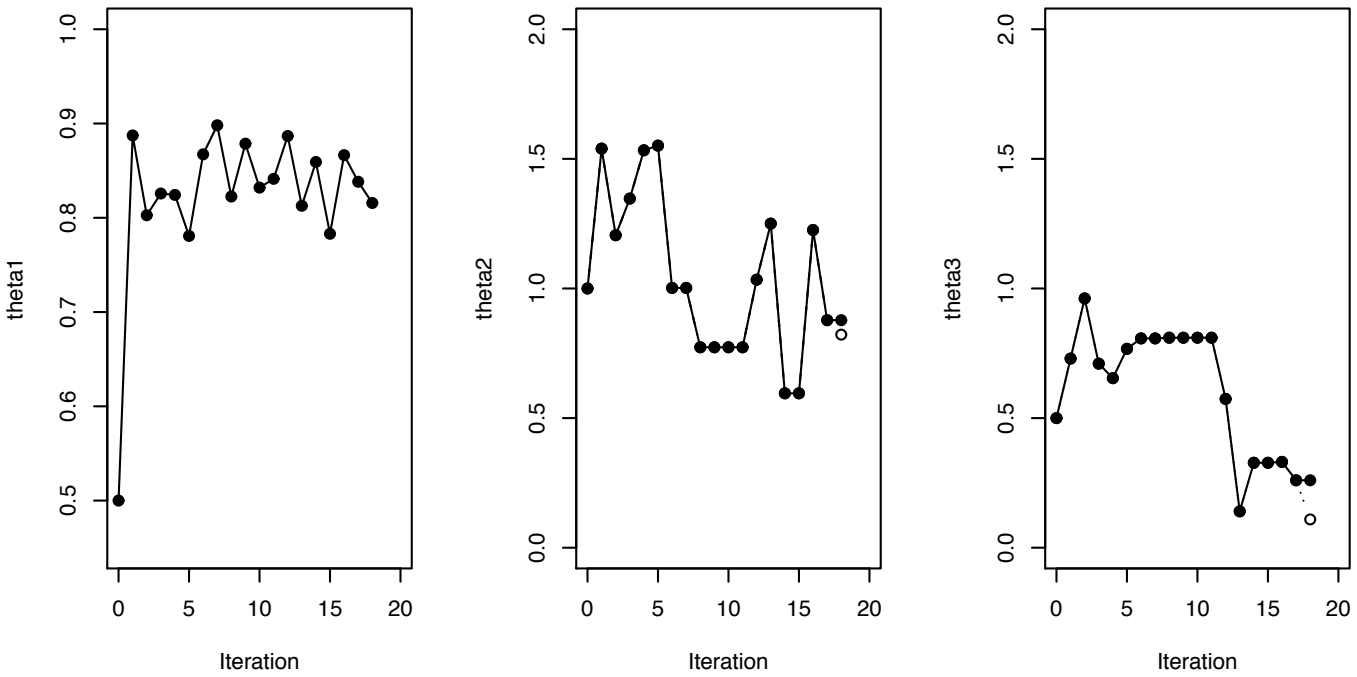
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



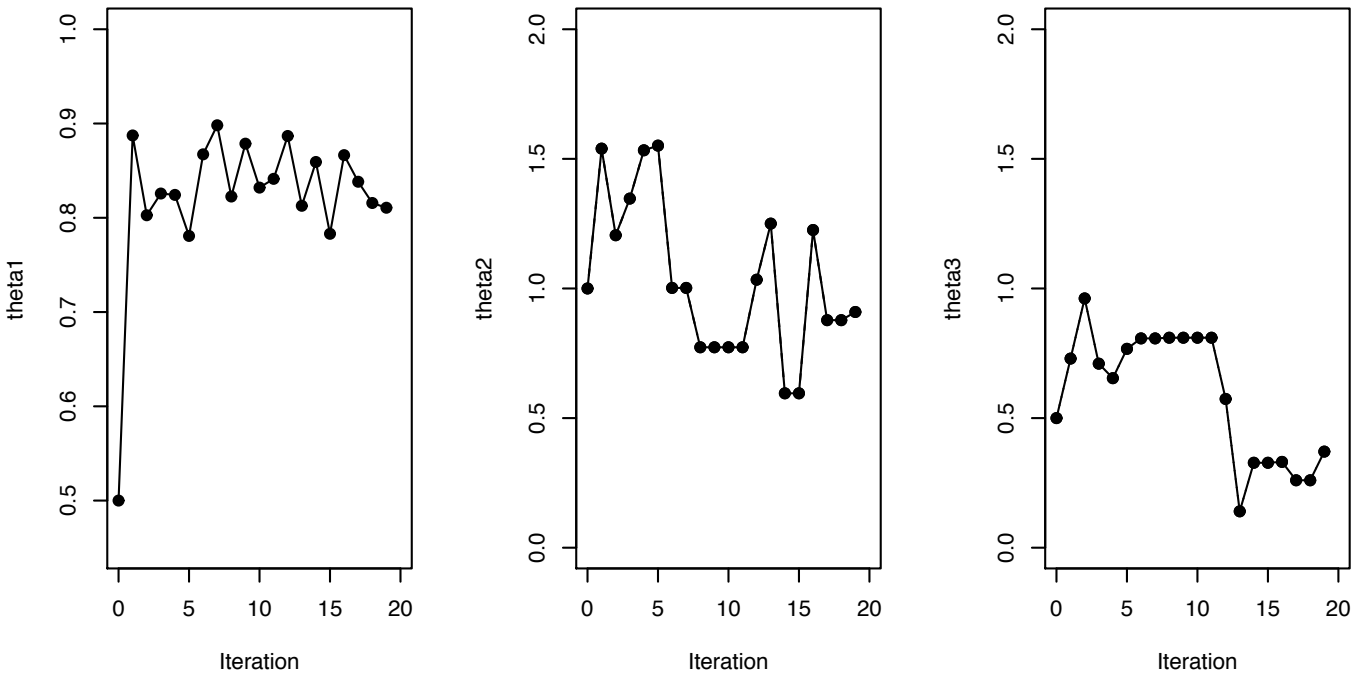
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



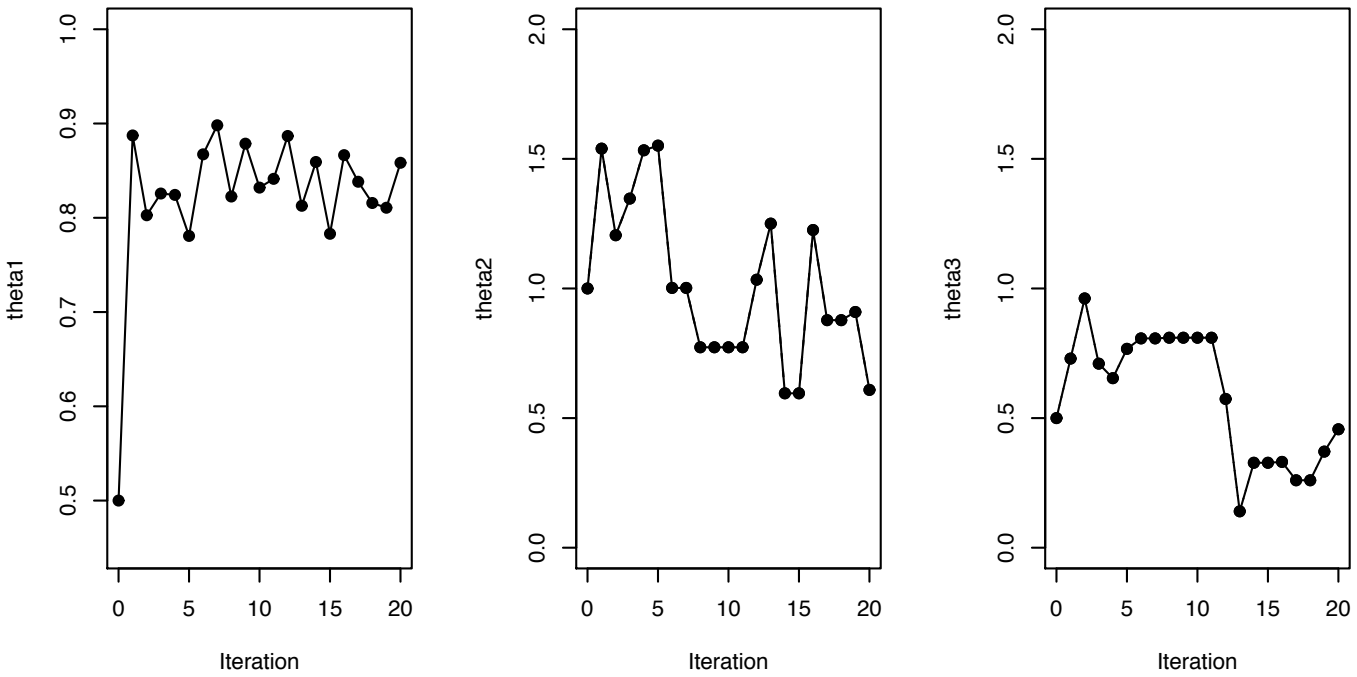
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :



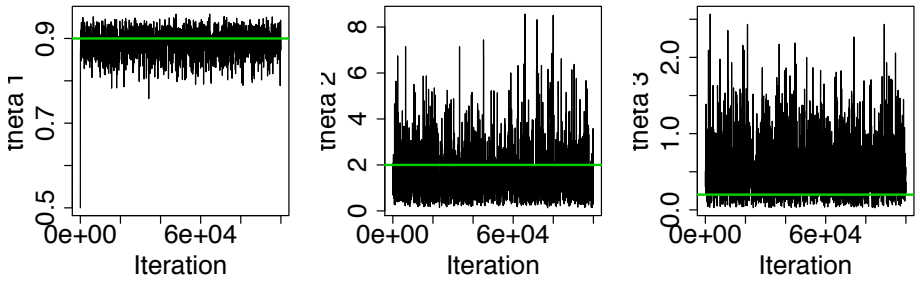
MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

20 premières itérations de l'algorithm MCMC hybride :

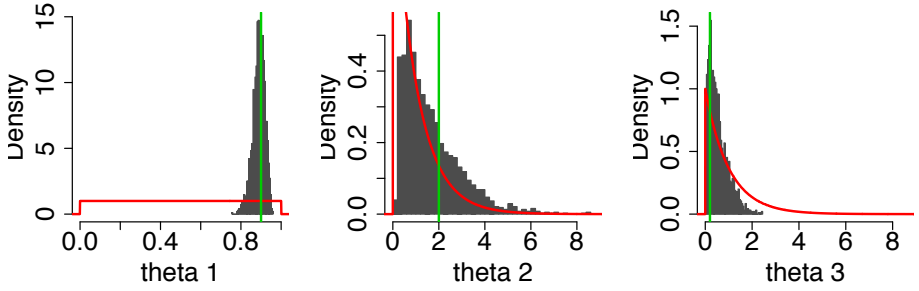


MCMC : Appli à un modèle métapopulationnel (suite)

- Chaînes :

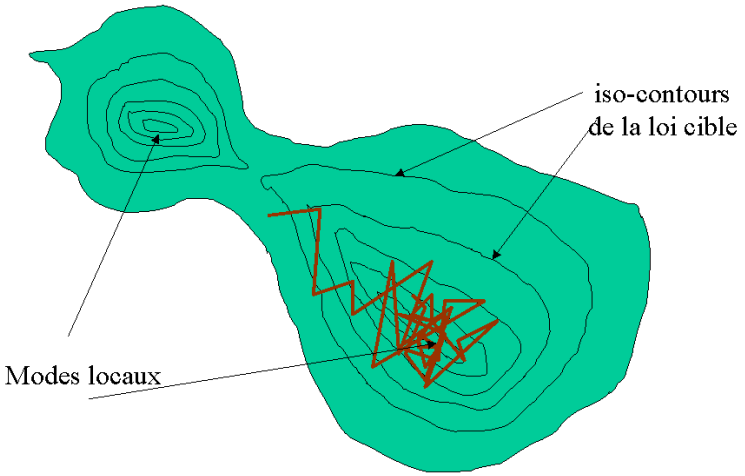


- Distributions a posteriori :



MCMC : Difficultés d'utilisation

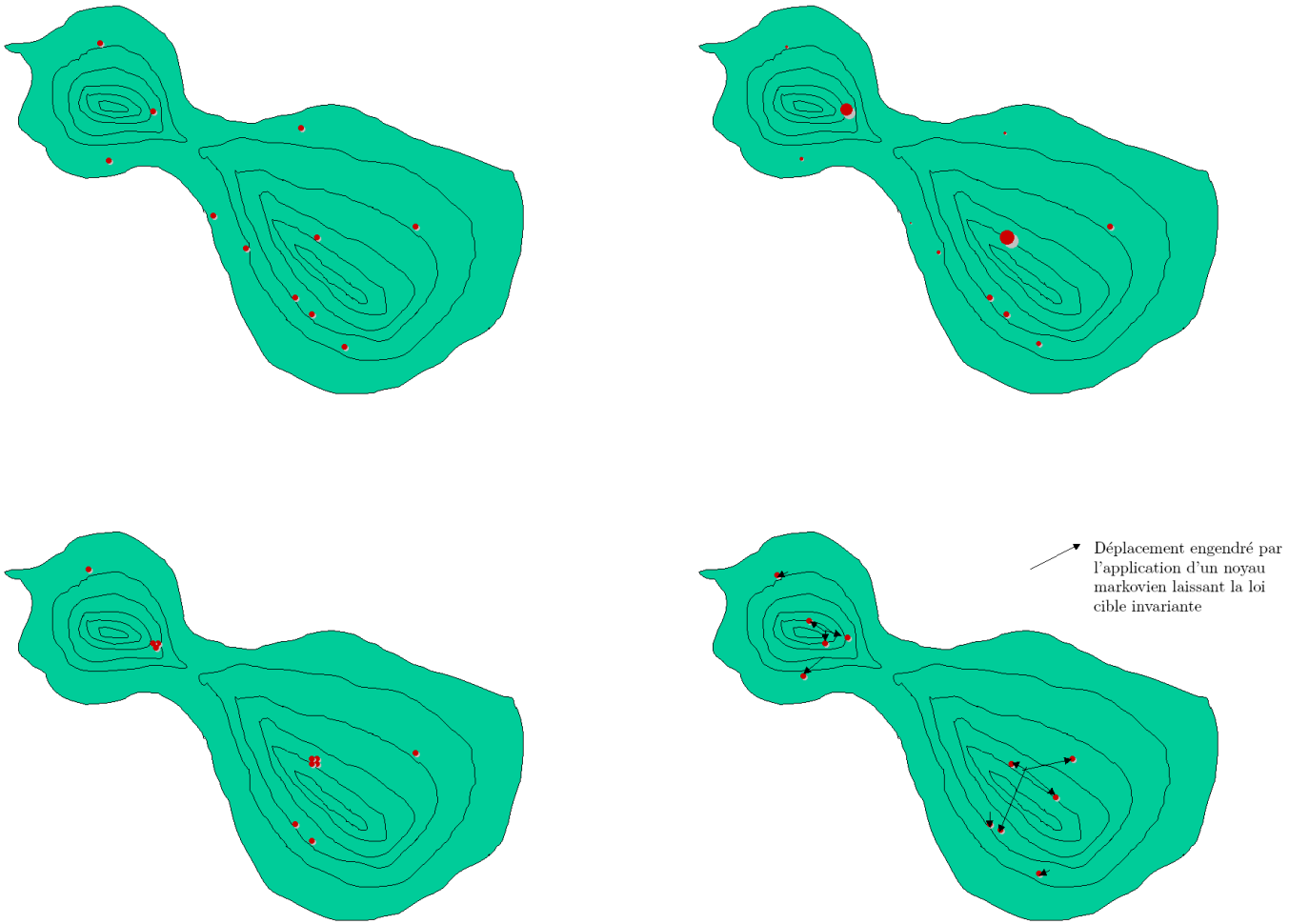
- Paramètres de réglage
  - longueur de la période de chauffe (Gibbs et M–H)
  - longueur de la chaîne (Gibbs et M–H)
  - sous-échantillonnage de la chaîne (Gibbs et M–H)
  - formes et paramètres des lois de propositions (M–H)
- Dimension élevée
- Difficulté d'explorer toute la loi a posteriori
  - Ex. des lois a posteriori multimodales avec faibles probas entre les modes
  - Problème de capture autour des modes locaux
  - Comment améliorer l'exploration ?



Extrait de Parent & Bernier (2007)

Méthode particulaire : Principe

Simuler N chaînes de Markov en parallèle, en éliminant celles loin du mode et en multipliant celles qui sont proches



Extrait de Parent & Bernier (2007)

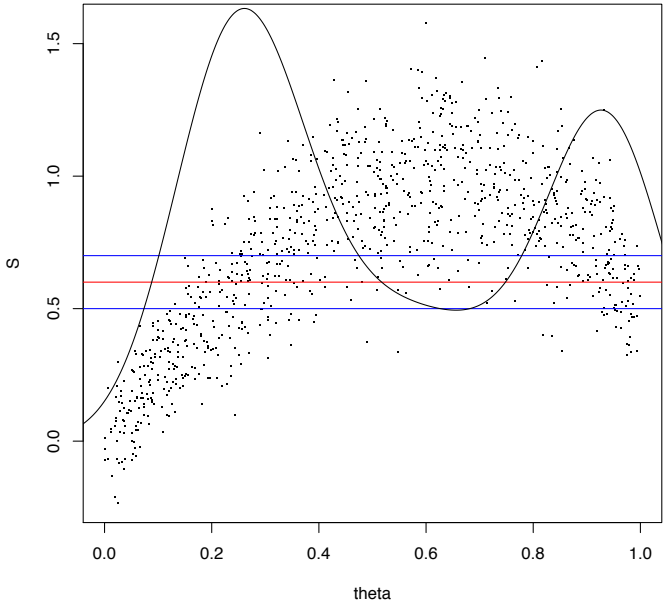
ABC : Principe

- Difficulté d'évaluer la distribution a posteriori

$$f(\theta_1, \ldots, \theta_K \mid Y) = \frac{f(Y \mid \theta_1, \ldots, \theta_K)\pi(\theta_1, \ldots, \theta_K)}{\int_{\Theta_1} \cdots \int_{\Theta_K} f(Y \mid \theta_1, \ldots, \theta_K)\pi(\alpha_1, \ldots, \alpha_K) d\alpha_1 \cdots d\alpha_K}$$

- Ré-échantillonnage, MCMC Gibbs ou M–H, Méthode particulaire : il suffit de pouvoir calculer
  - la vraisemblance $f(Y \mid \theta_1, \ldots, \theta_K)$
  - les conditionnelles $f(\theta_k \mid Y, \theta_{-k})$
- Mais si ces calculs ne sont pas possibles ?
  (exemple des modèles de coalescence)

Avec le calcul bayésien approché (ABC) : il suffit de pouvoir simuler Y sachant $\theta_1, \ldots, \theta_K$



Deux applications

Application 1 : Lien entre taille et survie des gambusies ou l'importance d'analyser les lois jointes a posteriori

Table. Mosquitofish survival data set. Id. : identification number ; i : mesocosm ; N_0 and N_1 initial and final counts of surviving fish ; $\bar{X}_0$ and $\bar{X}_1$: initial and final mean lengths of surviving fish ; Δ_t : duration in days separating the initial and final measurements.

Id.	i	N_0	N_1	$\bar{X}_0$	$\bar{X}_1$	Δ_t
1	1	6	6	27.8	39.4	45
2	2	5	5	27.8	47.2	79
3	3	121	119	7.8	22.1	45
4	4	88	84	7.9	25.4	31
5	5	150	127	8.2	20.0	56
6	6	104	67	7.6	23.0	67
7	7	6	4	27.8	43.5	127
8	8	7	6	27.8	45.2	127
9	9	6	6	27.8	45.5	127
10	10	6	6	27.8	46.2	127
11	11	6	6	27.8	42.8	127
12	12	6	6	27.8	44.3	127
13	13	6	5	27.8	43.0	127
14	14	6	6	27.8	42.5	127
15	15	6	6	27.8	44.3	127
16	16	6	5	27.8	44.0	127
17	17	6	6	29.7	46.3	112
18	18	6	5	29.2	43.4	112
19	19	6	5	29.2	44.2	112
20	20	6	5	26.5	44.6	114
21	21	6	6	25.3	46.2	114
22	22	6	5	26.3	44.6	114
23	23	6	5	25.3	41.2	114
24	24	6	5	25.5	43.8	114
25	25	6	5	24.7	42.8	114
26	26	6	4	25.3	42.8	114
27	27	6	6	24.7	45.2	114
28	28	6	6	26.8	43.2	114
29	29	6	6	25.0	45.2	114
30	30	6	5	26.0	43.0	114
31	31	6	6	24.3	44.2	114
32	32	23	23	19.3	21.8	43
33	33	34	34	8.2	17.8	12
34	33	34	34	17.8	20.8	15
35	34	30	29	6.6	10.9	8
36	34	29	28	10.9	20.2	21
37	34	28	26	20.2	22.3	43
38	35	37	36	8.5	13.5	9
39	35	36	36	13.5	27.8	26
40	36	30	23	6.6	9.6	8
41	36	23	23	9.6	19.3	21
42	37	35	29	6.9	13.1	11
43	37	29	28	13.1	25.8	21
44	38	35	24	6.7	9.7	8
45	38	24	21	9.7	19.2	21
46	38	21	17	19.2	22.1	43

Application 1 : Lien entre taille et survie des gambusies ou l'importance d'analyser les lois jointes a posteriori

- Modèle pour la probabilité de survie individuelle et journalière :

$$\begin{aligned}\pi_{i,t} &= \pi\{\alpha_i, \beta, E(X_{i,t-1})\} \\ &= \text{logit}^{-1}[\alpha_i + f_\beta\{E(X_{i,t-1})\}] \\ f_\beta(x) &= \beta_1 + \beta_2 x^{\beta_3}\end{aligned}$$

où

α_i : effet mésocosme, gaussien centré de variance σ^2
$\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$: paramètres liant taille et survie des gambusies
$E(X_{i,t-1})$: proxy de la taille des poissons dans le mésocosme i

- **Inférence sur $(\sigma, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$ via un MCMC–M–H**

Application 1 : Lien entre taille et survie des gambusies ou l'importance d'analyser les lois jointes a posteriori

Lois a posteriori bivariées :

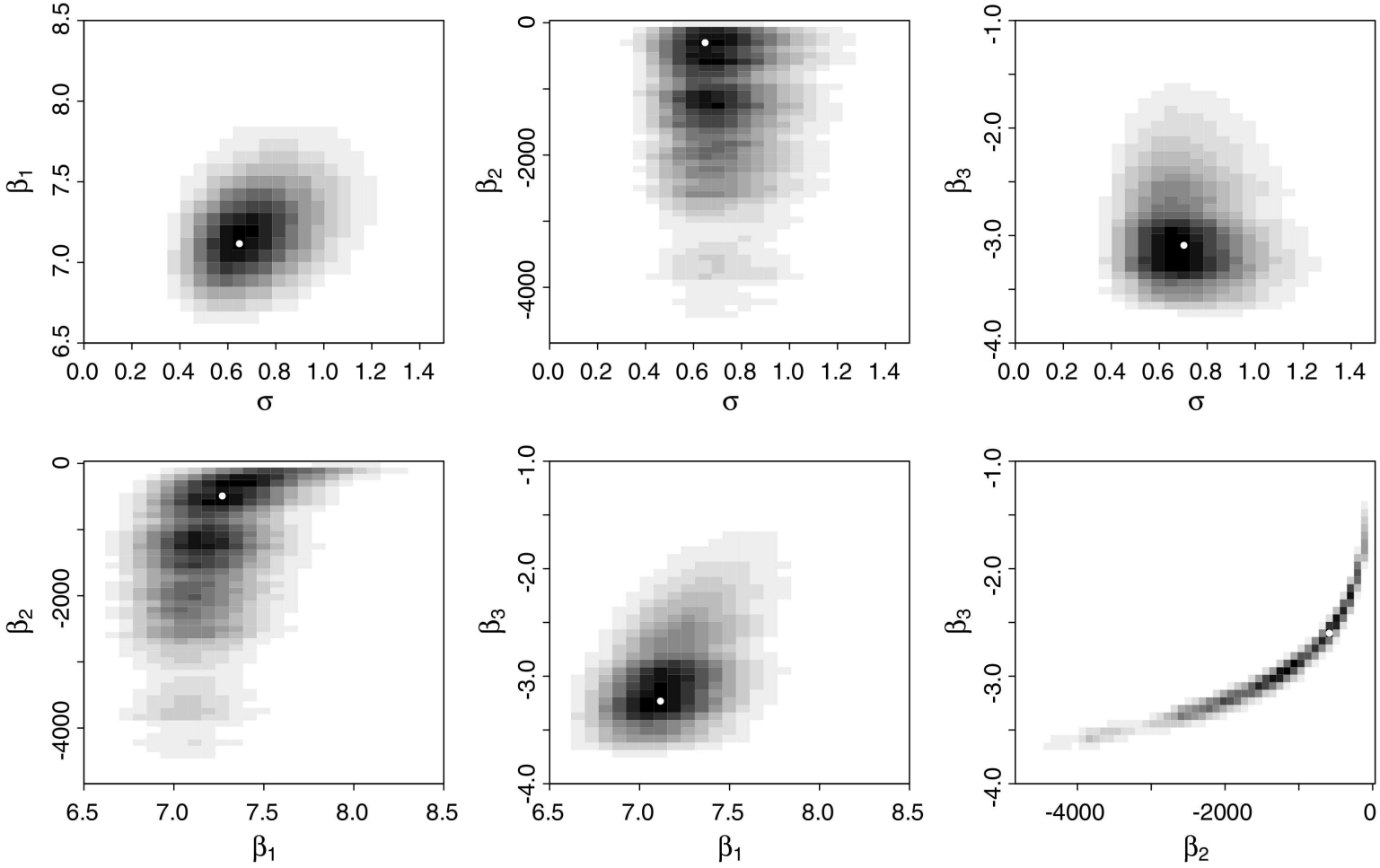
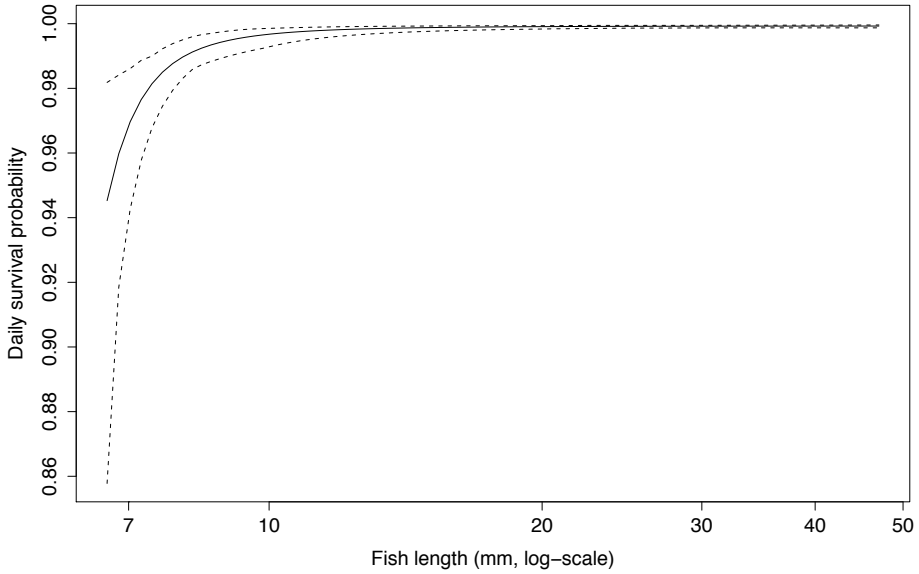


Fig. 2. Bivariate histograms representing the two-dimensional posterior distributions of the standard deviation σ and the regression parameters β_1, β_2 and β_3 (high densities are in black). White dots correspond to the posterior modes.

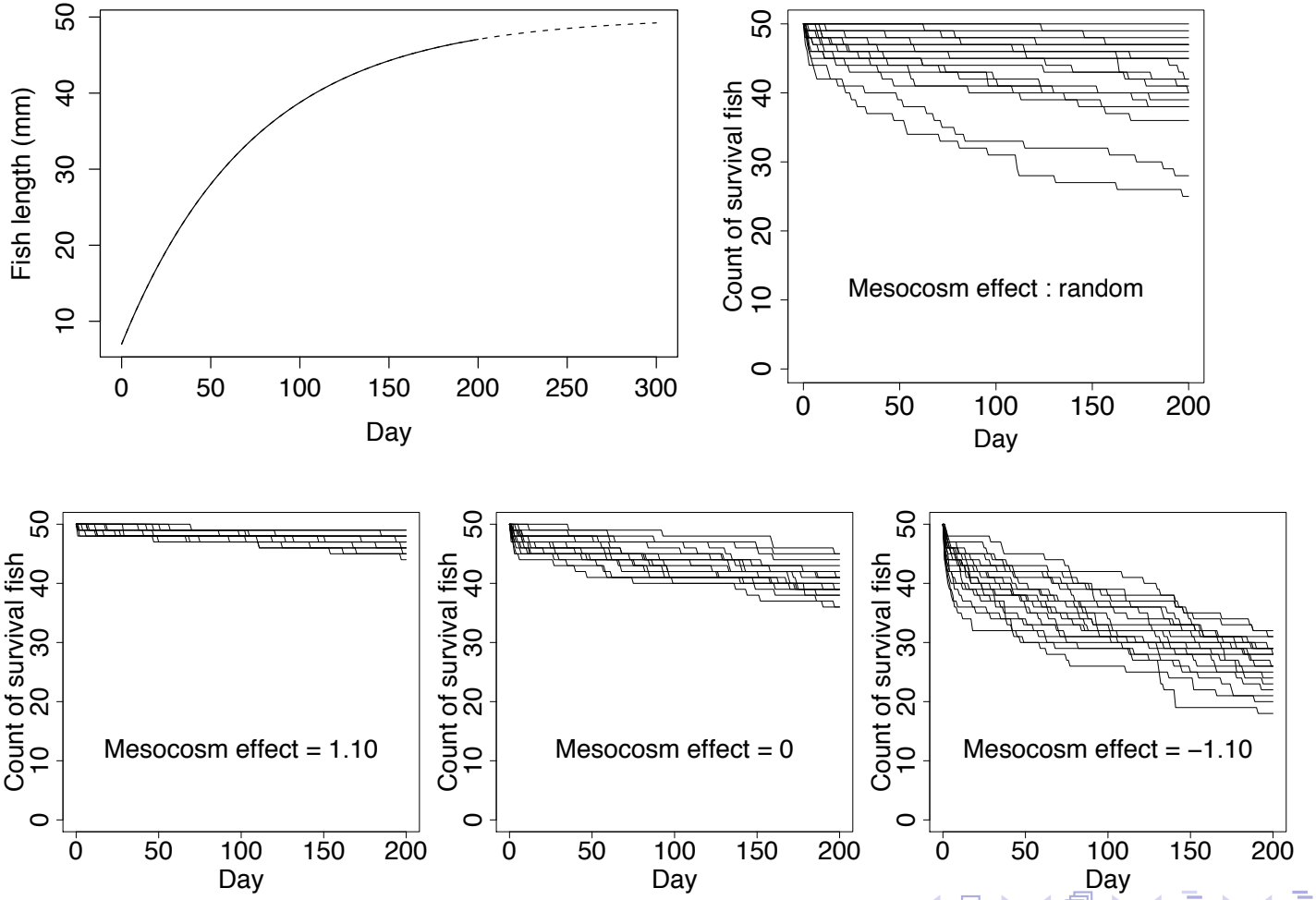
Application 1 : Lien entre taille et survie des gambusies ou l'importance d'analyser les lois jointes a posteriori

Distribution a posteriori de la probabilité de survie en fonction de la taille (en tenant compte de la dépendance des posteriors des paramètres) :



Application 1 : Lien entre taille et survie des gambusies ou l'importance d'analyser les lois jointes a posteriori

Simulations de survies (en tenant compte de la dépendance des posteriors des paramètres) :

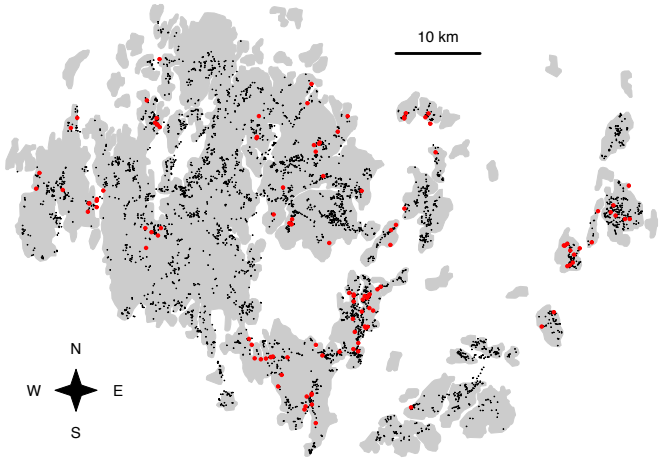


Application 2 : Interaction plantain lancéolé–oïdium

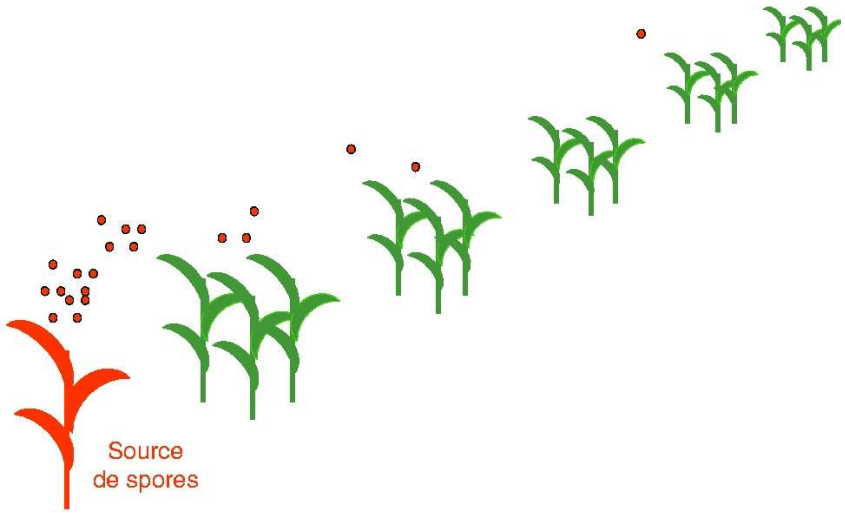
Cycle "croissance/colonisation + extinction"

Données : observation du pattern d'occupation

- à la fin de la période de croissance
- au niveau de chaque population hôte
- répété sur plusieurs années
- problème de données manquantes
- problème de données non exactes

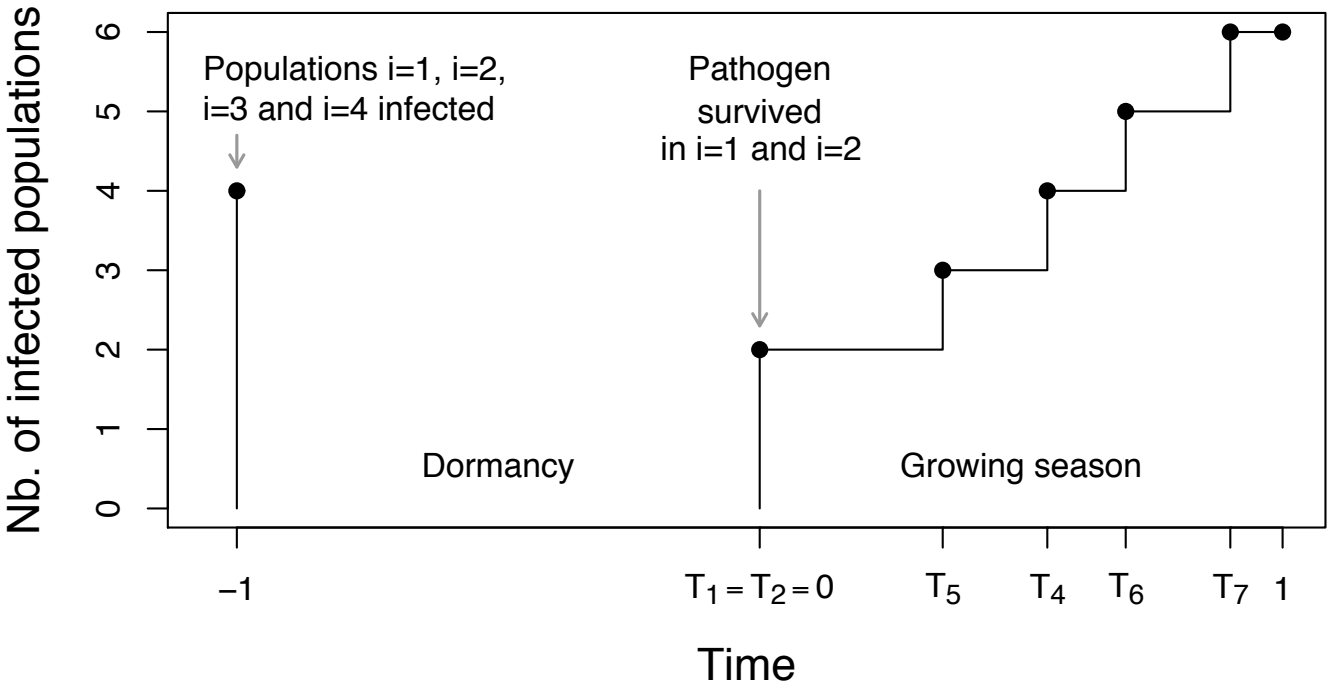


Inférence sur la structure d'interaction hôte/pathogène via un MCMC–M–H



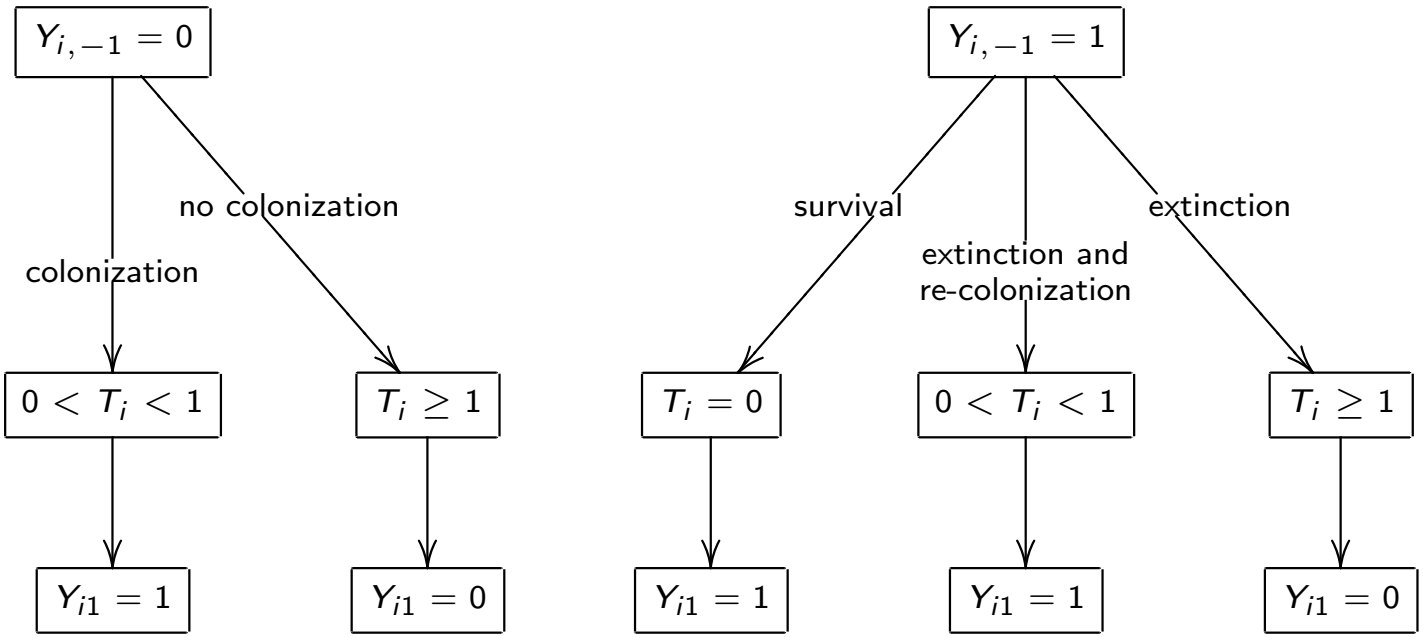
Application 2 : Interaction plantain lancéolé–oïdium

Séquence temporelle et observations aux temps -1 et 1 :



Application 2 : Interaction plantain lancéolé–oïdium

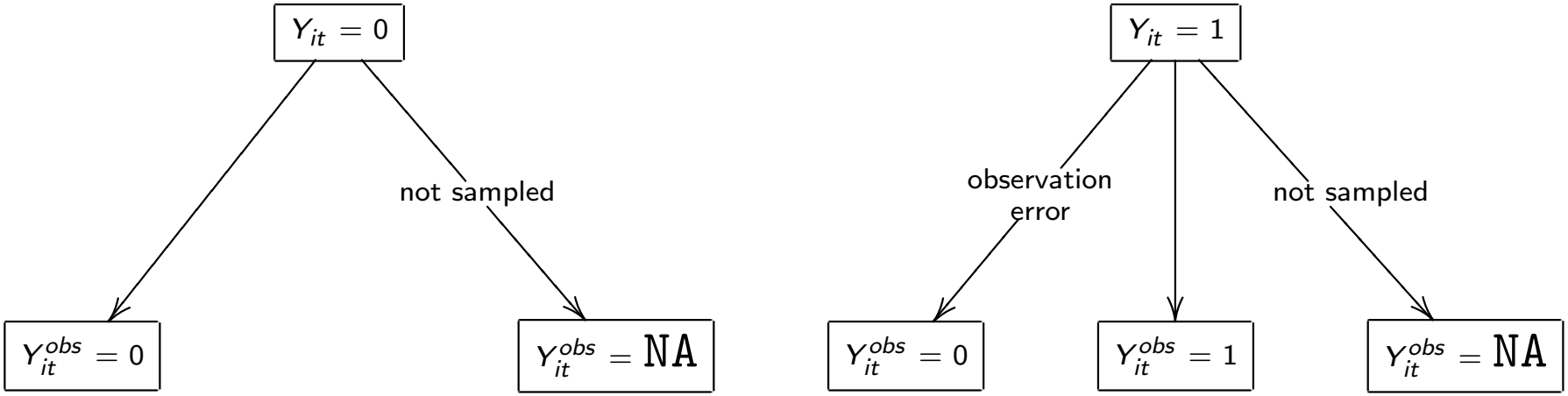
Etats des patchs, survie, extinction et colonisation :



$\rightarrow$ Modèle de la dynamique

Application 2 : Interaction plantain lancéolé–oïdium

Etats des patches et observations :



$\rightarrow$ Modèle du processus d'observations

Application 2 : Interaction plantain lancéolé–oïdium

Distributions a posteriori des survies et des temps de colonisation :

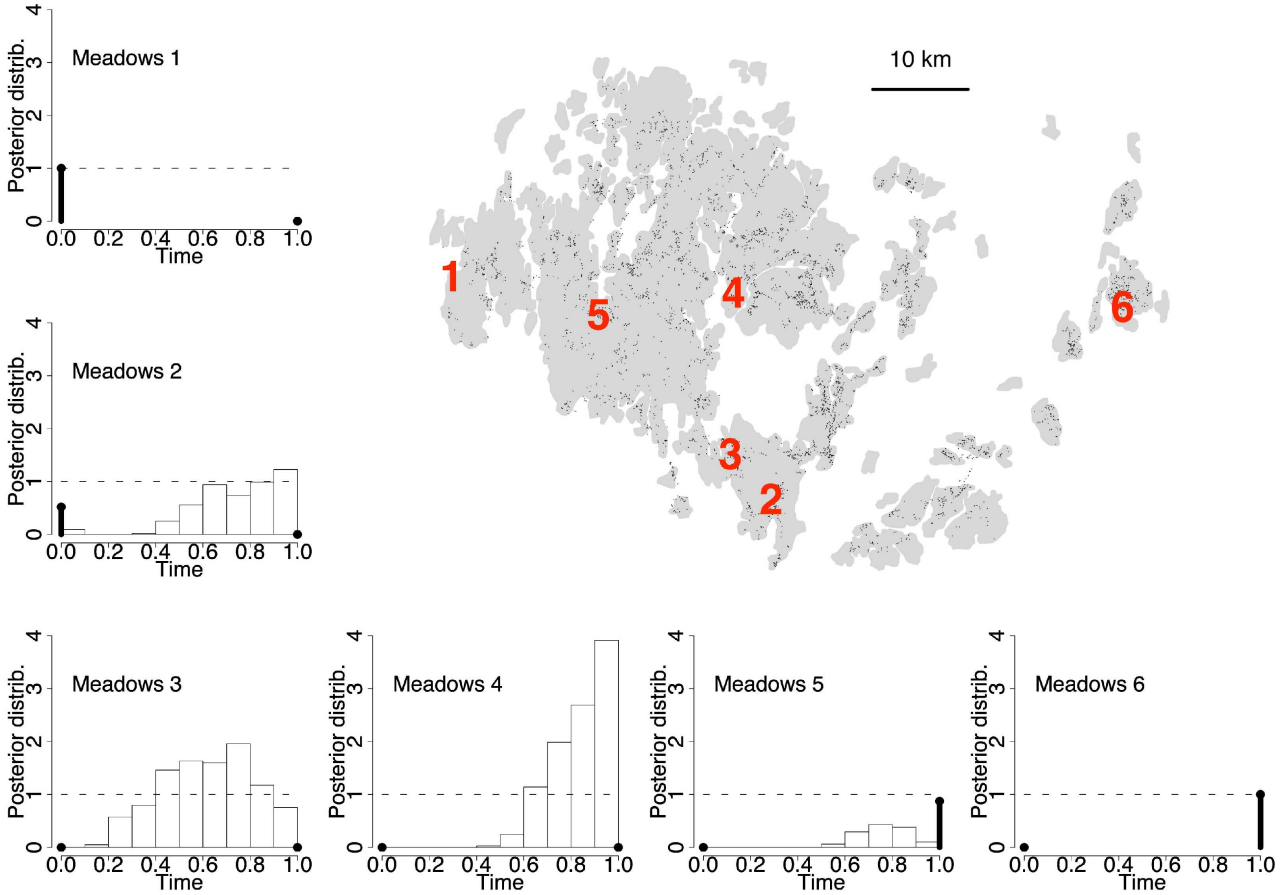


Figure C1: Posterior distributions of the infection times of six different meadows in the year 2004. In each plot, the dots at times 0 and 1 give the posterior probabilities that the infection time is 0 and 1, respectively. The horizontal dashed line corresponds to the uniform prior distribution that was used here. The map of the Åland Islands shows the locations of the six meadows.

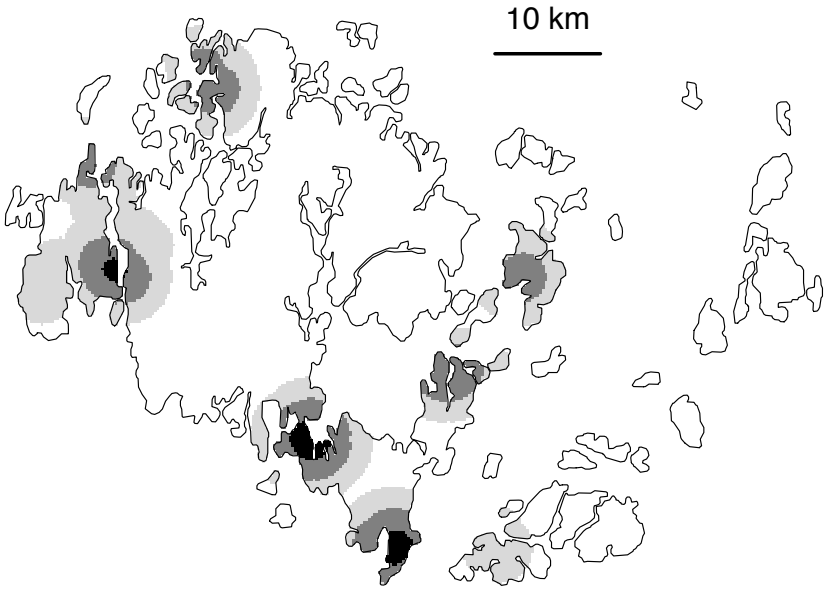
Application 2 : Interaction plantain lancéolé–oïdium

Effets des covariables :

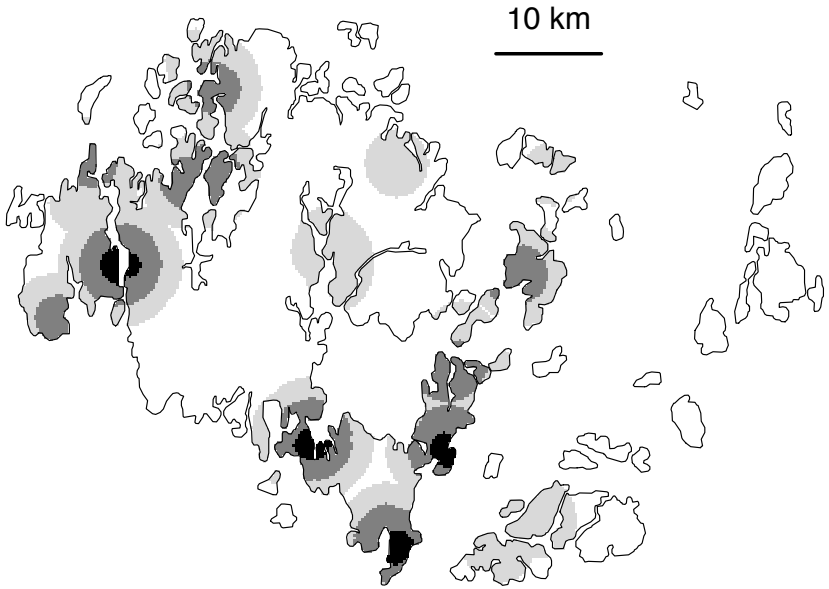
Variable	Survival	Infectiousness	Receptivity
P. lanceolata coverage at $t=-1$	$+^{***}$		
Distance to shoreline	$-^{***}$	$+^{***}$	$-$
Patch shadiness	$-$	$+^{***}$	$-$
Dry-hosts proportion at $t=-1$	$-^{*}$		
Dry-hosts proportion at $t=1$		$+$	$-^{***}$
Open-habitat proportion	$-^{**}$	$+$	$-^{**}$
Road presence	$-^{**}$	$+^{***}$	$+^{***}$

Application 2 : Interaction plantain lancéolé–oïdium

Zones stables de survie durant la dormance



Zones stables d'interaction durant la saison épidémique



Conclusions

- Les méthodes numériques ont rendu la statistique bayésienne opérationnelle
  - sur une plus large gamme de modèles
  - sur une plus large gamme de jeux de données
- On trouve des équivalents ou des adaptations de ces méthodes pour des inférences par optimisation
- Un logiciel tel que WinBugs permet au praticien d'utiliser une méthode numérique (MCMC) sans avoir à la programmer
- Ce n'est toute fois pas une boîte noire : diagnostics de convergence
- Mais Winbugs ne peut pas tout (certaines lois jointes ne peuvent être programmées)

Références

Méthodes numériques :

- Casella G. & George E. I. (1992). Explaining the Gibbs sampler. The American Statistician 46 : 167–174.
- Chib S. & Greenberg E. (1995). Understanding the Metropolis-Hastings algorithm. The American Statistician 49 : 327–335.
- Parent E. & Bernier J. (2007). Le raisonnement bayésien – Modélisation et inférence. Springer, Paris.
- Robert C. P. & Casella G. (1999). Monte Carlo Statistical Methods. Springer, New York.
- Roberts G. O. & Rosenthal J. S. (2001). Optimal Scaling for Various Metropolis-Hastings Algorithms. Statistical Science 16 : 351–367.
- Marjoram P., Molitor J., Plagnol V. & Tavaré S. (2003). Markov chain Monte Carlo without likelihoods. PNAS 100 : 26.

Applications :

- Soubeyrand S., Beaudouin R., Desassis N. & Monod G. (2007). Model-based estimation of the link between the daily survival probability and a time-varying covariate, application to mosquitofish survival data. Mathematical Biosciences 210 : 508-522.
- Soubeyrand S., Laine A.L., Hanski I. & Penttinen A. (2009). Spatio-temporal structure of host-pathogen interactions in a metapopulation. The American Naturalist 174 : 308-320.