

# Modèles probabilistes spatialisés pour la propagation de pathogènes par les mouvements commerciaux d'animaux

Andrée BARNIER <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université Paris-Saclay, INRAE, MaIAGE

**Thèse encadrée par Patrick HOSCHEIT et Estelle KUHN**

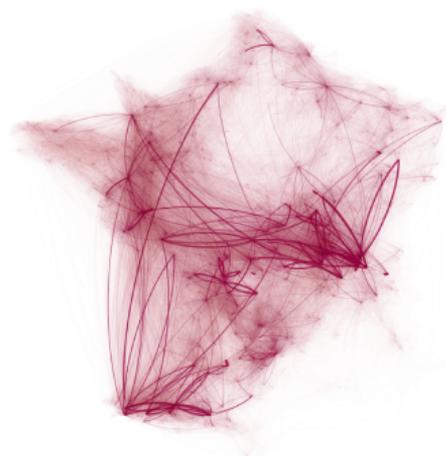
ModStatSAP 2024

**BDNI:** (*Base de Données Nationale d'Identification*) pour enregistrer les mouvements de bovins en France.

## Introduction et contexte

**BDNI:** (*Base de Données Nationale d'Identification*) pour enregistrer les mouvements de bovins en France.

- Les données peuvent être représentées comme des graphes :

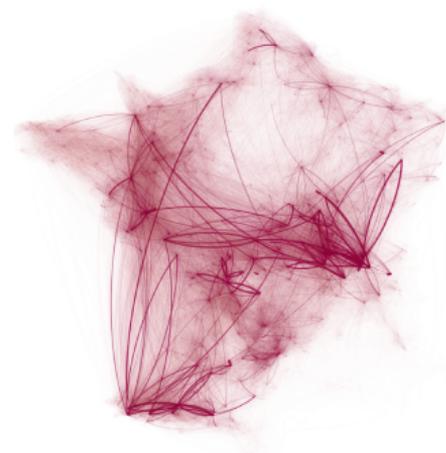


Représentation de la BDNI du Pays de la Loire entre 2010 and 2014.  
(Image créée par Gaël Beaunée)

**BDNI:** (*Base de Données Nationale d'Identification*) pour enregistrer les mouvements de bovins en France.

- Les données peuvent être représentées comme des graphes :

|        |   |  |
|--------|---|--|
| Noeuds | ↔ | Centres d'exploitation agricole              |
| Arêtes | ↔ | Les échanges<br>d'animaux entre deux centres |



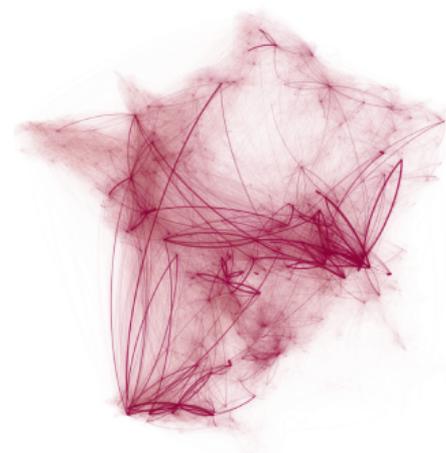
Représentation de la BDNI du Pays de la Loire entre 2010 and 2014.  
(Image créée par Gaël Beaunée)

**BDNI:** (*Base de Données Nationale d'Identification*) pour enregistrer les mouvements de bovins en France.

- Les données peuvent être représentées comme des graphes :

|        |   |  |
|--------|---|--|
| Noeuds | ↔ | Centres d'exploitation agricole              |
| Arêtes | ↔ | Les échanges<br>d'animaux entre deux centres |

- Caractéristiques principales du réseau :



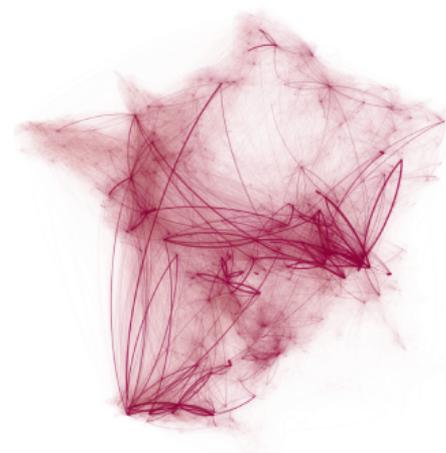
Représentation de la BDNI du Pays de la Loire entre 2010 and 2014.  
(Image créée par Gaël Beaunée)

**BDNI:** (*Base de Données Nationale d'Identification*) pour enregistrer les mouvements de bovins en France.

- Les données peuvent être représentées comme des graphes :

Noeuds  $\iff$  Centres d'exploitation agricole  
Arêtes  $\iff$  Les échanges  
d'animaux entre deux centres

- Caractéristiques principales du réseau :
  - ① Grande taille.  
316 000 exploitations sur la période et  
7 millions de mouvements par an.



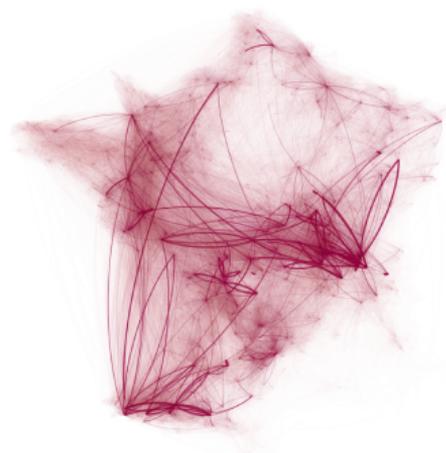
Représentation de la BDNI du Pays de la Loire entre 2010 and 2014.  
(Image créée par Gaël Beaunée)

**BDNI:** (*Base de Données Nationale d'Identification*) pour enregistrer les mouvements de bovins en France.

- Les données peuvent être représentées comme des graphes :

Noeuds  $\iff$  Centres d'exploitation agricole  
Arêtes  $\iff$  Les échanges  
d'animaux entre deux centres

- Caractéristiques principales du réseau :
  - 1 Grande taille.  
316 000 exploitations sur la période et  
7 millions de mouvements par an.
  - 2 **Inhomogénéité sur les degrés des nœuds.**



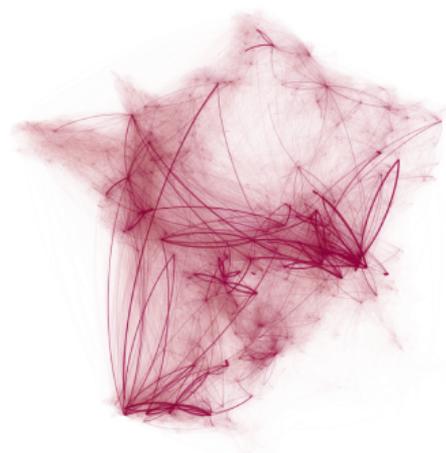
Représentation de la BDNI du Pays de la Loire entre 2010 and 2014.  
(Image créée par Gaël Beaunée)

**BDNI:** (*Base de Données Nationale d'Identification*) pour enregistrer les mouvements de bovins en France.

- Les données peuvent être représentées comme des graphes :

Noeuds  $\iff$  Centres d'exploitation agricole  
Arêtes  $\iff$  Les échanges d'animaux entre deux centres

- Caractéristiques principales du réseau :
  - 1 Grande taille.  
316 000 exploitations sur la période et 7 millions de mouvements par an.
  - 2 **Inhomogénéité sur les degrés des nœuds.**
  - 3 **Présence d'arêtes très longues.**



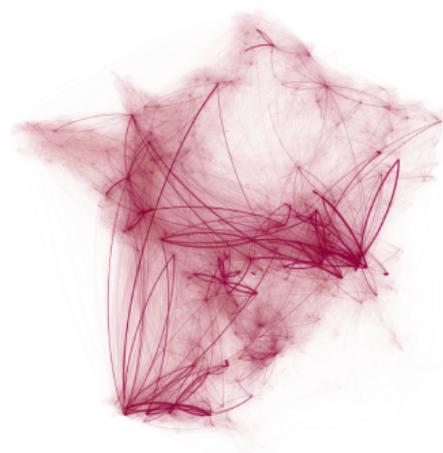
Représentation de la BDNI du Pays de la Loire entre 2010 and 2014.  
(Image créée par Gaël Beaunée)

**BDNI:** (*Base de Données Nationale d'Identification*) pour enregistrer les mouvements de bovins en France.

- Les données peuvent être représentées comme des graphes :

Noeuds  $\iff$  Centres d'exploitation agricole  
Arêtes  $\iff$  Les échanges d'animaux entre deux centres

- Caractéristiques principales du réseau :
  - Grande taille.  
316 000 exploitations sur la période et 7 millions de mouvements par an.
  - Inhomogénéité sur les degrés des nœuds.**
  - Présence d'arêtes très longues.**



Représentation de la BDNI du Pays de la Loire entre 2010 and 2014.  
(Image créée par Gaël Beaunée)

Comment modéliser ce réseau ?  
Comment se comportent les épidémies sur un réseau comme celui-ci ?

# Modèles de graphes aléatoires

Scale-Free Percolation (SFP)

.

# Modèles de graphes aléatoires

Scale-Free Percolation (SFP)

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  Donnés par un processus ponctuel de Poisson  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1 .

# Modèles de graphes aléatoires

Scale-Free Percolation (SFP)

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  Donnés par un processus ponctuel de Poisson  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1 .  
Poids sur les nœuds  $\longrightarrow$  Pour  $x \in V$  on associe  $W_x > 1$ .

$(W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de Pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

# Modèles de graphes aléatoires

Scale-Free Percolation (SFP)

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  Donnés par un processus ponctuel de Poisson  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1 .

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow$  Pour  $x \in V$  on associe  $W_x > 1$ .

$(W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de Pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$  Pour  $x, y \in E, x \sim y$  avec probabilité

$$p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right)$$

pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$ .

# Modèles de graphes aléatoires

Scale-Free Percolation (SFP)

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  Donnés par un processus ponctuel de Poisson  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1 .

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow$  Pour  $x \in V$  on associe  $W_x > 1$ .

$(W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de Pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$  Pour  $x, y \in E, x \sim y$  avec probabilité

$$p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right)$$

pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$ .

## Famille de paramètres:

- $\tau$  : paramètre représentant l'inhomogénéité du graphe.

# Modèles de graphes aléatoires

Scale-Free Percolation (SFP)

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  Donnés par un processus ponctuel de Poisson  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1 .

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow$  Pour  $x \in V$  on associe  $W_x > 1$ .

$(W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de Pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$  Pour  $x, y \in E, x \sim y$  avec probabilité

$$p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right)$$

pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$ .

## Famille de paramètres:

- $\tau$  : paramètre représentant l'inhomogénéité du graphe.  
Petit  $\tau$  implique grande variance des degrés

# Modèles de graphes aléatoires

Scale-Free Percolation (SFP)

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  Donnés par un processus ponctuel de Poisson  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1 .

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow$  Pour  $x \in V$  on associe  $W_x > 1$ .

$(W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de Pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$  Pour  $x, y \in E, x \sim y$  avec probabilité

$$p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right)$$

pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$ .

## Famille de paramètres:

- $\tau$  : paramètre représentant l'inhomogénéité du graphe.  
Petit  $\tau$  implique grande variance des degrés
- $\alpha$ : paramètre de longue portée (*long-range*)

# Modèles de graphes aléatoires

Scale-Free Percolation (SFP)

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  Donnés par un processus ponctuel de Poisson  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1 .

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow$  Pour  $x \in V$  on associe  $W_x > 1$ .

$(W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de Pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$  Pour  $x, y \in E, x \sim y$  avec probabilité

$$p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right)$$

pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$ .

## Famille de paramètres:

- $\tau$  : paramètre représentant l'inhomogénéité du graphe.  
Petit  $\tau$  implique grande variance des degrés
- $\alpha$ : paramètre de longue portée (*long-range*)  
Petit  $\alpha$  implique plus de facilité a connecter des nœuds lointains.

# Modèles de graphes aléatoires

Scale-Free Percolation (SFP)

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  Donnés par un processus ponctuel de Poisson  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1 .

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow$  Pour  $x \in V$  on associe  $W_x > 1$ .

$(W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de Pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$  Pour  $x, y \in E, x \sim y$  avec probabilité

$$p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right)$$

pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$ .

## Famille de paramètres:

- $\tau$  : paramètre représentant l'inhomogénéité du graphe.  
Petit  $\tau$  implique grande variance des degrés
- $\alpha$ : paramètre de longue portée (*long-range*)  
Petit  $\alpha$  implique plus de facilité a connecter des nœuds lointains.
- ( $d = 2$ ): dimension of space

# Résultats théoriques sur SFP et modèle SIS ( $\lambda$ )

Collaborateurs: Michele SALVI et Patrick HOSCHEIT

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  PPP  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow (W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$   $p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right)$  pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$

# Résultats théoriques sur SFP et modèle SIS ( $\lambda$ )

Collaborateurs: Michele SALVI et Patrick HOSCHEIT

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  PPP  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow (W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$   $p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right)$  pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$

Quand  $\gamma = \frac{\alpha}{d}(\tau - 1) \in (1, 2)$ :

# Résultats théoriques sur SFP et modèle SIS ( $\lambda$ )

Collaborateurs: Michele SALVI et Patrick HOSCHEIT

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  PPP  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow (W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$   $p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right)$  pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$

Quand  $\gamma = \frac{\alpha}{d}(\tau - 1) \in (1, 2)$ :

☞ Beaucoup d'arêtes

# Résultats théoriques sur SFP et modèle SIS ( $\lambda$ )

Collaborateurs: Michele SALVI et Patrick HOSCHEIT

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  PPP  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow (W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$   $p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right)$  pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$

Quand  $\gamma = \frac{\alpha}{d}(\tau - 1) \in (1, 2)$ :

- Beaucoup d'arêtes
- Distance de graphe à l'échelle  $\log \log$  de la distance euclidienne.

# Résultats théoriques sur SFP et modèle SIS ( $\lambda$ )

Collaborateurs: Michele SALVI et Patrick HOSCHEIT

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  PPP  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow (W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$   $p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x-y\|^\alpha}\right)$  pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$

Quand  $\gamma = \frac{\alpha}{d}(\tau - 1) \in (1, 2)$ :

- Beaucoup d'arêtes
- Distance de graphe à l'échelle  $\log \log$  de la distance euclidienne.
- Sur le graphe infini:** Non extinction du modèle SIS de paramètre de contamination  $\lambda$ , pour toutes valeurs de  $\lambda$

# Résultats théoriques sur SFP et modèle SIS ( $\lambda$ )

Collaborateurs: Michele SALVI et Patrick HOSCHEIT

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  PPP  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow (W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$   $p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right)$  pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$

Quand  $\gamma = \frac{\alpha}{d}(\tau - 1) \in (1, 2)$ :

- Beaucoup d'arêtes
- Distance de graphe à l'échelle  $\log \log$  de la distance euclidienne.
- Sur le graphe infini:** Non extinction du modèle SIS de paramètre de contamination  $\lambda$ , pour toutes valeurs de  $\lambda$
- Sur le graphe fini dans  $[0, \sqrt{n})^d$ :** temps d'extinction du modèle SIS exponentiel par rapport à la taille du graphe.

$$\mathbb{P}(\tau_{G_n} \geq e^{cn}) \rightarrow 1 \quad \text{quand } n \rightarrow \infty$$

# Résultats théoriques sur SFP et modèle SIS ( $\lambda$ )

Collaborateurs: Michele SALVI et Patrick HOSCHEIT

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  PPP  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow (W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$   $p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x-y\|^\alpha}\right)$  pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$

Quand  $\gamma = \frac{\alpha}{d}(\tau - 1) \in (1, 2)$ :

Quand  $\gamma > 2$  et  $\alpha \in (d, 2d)$

- Beaucoup d'arêtes
- Distance de graphe à l'échelle  $\log \log$  de la distance euclidienne.
- Sur le graphe infini:** Non extinction du modèle SIS de paramètre de contamination  $\lambda$ , pour toutes valeurs de  $\lambda$
- Sur le graphe fini dans  $[0, \sqrt{n}]^d$ :** temps d'extinction du modèle SIS exponentiel par rapport à la taille du graphe.

$$\mathbb{P}(\tau_{G_n} \geq e^{cn}) \rightarrow 1 \quad \text{quand } n \rightarrow \infty$$

# Résultats théoriques sur SFP et modèle SIS ( $\lambda$ )

Collaborateurs: Michele SALVI et Patrick HOSCHEIT

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  PPP  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow (W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$   $p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x-y\|^\alpha}\right)$  pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$

Quand  $\gamma = \frac{\alpha}{d}(\tau - 1) \in (1, 2)$ :

Quand  $\gamma > 2$  et  $\alpha \in (d, 2d)$

☞ Beaucoup d'arêtes

☞ Moins d'arêtes

☞ Distance de graphe à l'échelle  $\log \log$  de la distance euclidienne.

- **Sur le graphe infini:** Non extinction du modèle SIS de paramètre de contamination  $\lambda$ , pour toutes valeurs de  $\lambda$
- **Sur le graphe fini dans  $[0, \sqrt{n}]^d$ :** temps d'extinction du modèle SIS exponentiel par rapport à la taille du graphe.

$$\mathbb{P}(\tau_{G_n} \geq e^{cn}) \rightarrow 1 \quad \text{quand } n \rightarrow \infty$$

# Résultats théoriques sur SFP et modèle SIS ( $\lambda$ )

Collaborateurs: Michele SALVI et Patrick HOSCHEIT

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  PPP  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow (W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$   $p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x-y\|^\alpha}\right)$  pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$

Quand  $\gamma = \frac{\alpha}{d}(\tau - 1) \in (1, 2)$ :

- Beaucoup d'arêtes
- Distance de graphe à l'échelle  $\log \log$  de la distance euclidienne.
- Sur le graphe infini:** Non extinction du modèle SIS de paramètre de contamination  $\lambda$ , pour toutes valeurs de  $\lambda$
- Sur le graphe fini dans  $[0, \sqrt{n}]^d$ :** temps d'extinction du modèle SIS exponentiel par rapport à la taille du graphe.

$$\mathbb{P}(\tau_{G_n} \geq e^{cn}) \rightarrow 1 \quad \text{quand } n \rightarrow \infty$$

Quand  $\gamma > 2$  et  $\alpha \in (d, 2d)$

- Moins d'arêtes
- Distance de graphe à l'échelle  $\log$  de la distance euclidienne.

# Résultats théoriques sur SFP et modèle SIS ( $\lambda$ )

Collaborateurs: Michele SALVI et Patrick HOSCHEIT

Nœuds( $V$ )  $\longrightarrow$  PPP  $\mathcal{X}$  sur  $\mathbb{R}^d$  d'intensité 1

Poids sur les nœuds  $\longrightarrow (W_x)_x$  sont i.i.d et suivent une distribution de pareto d'exposant  $\tau$

$$\mathbb{P}(W_x \geq t) = t^{\tau-1} \quad \text{pour } \tau > 1 \text{ et } t > 1$$

Connections( $E$ )  $\longrightarrow$   $p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x-y\|^\alpha}\right)$  pour  $\alpha$  dans  $(0, \infty)$

Quand  $\gamma = \frac{\alpha}{d}(\tau - 1) \in (1, 2)$ :

- Beaucoup d'arêtes
- Distance de graphe à l'échelle  $\log \log$  de la distance euclidienne.
- Sur le graphe infini:** Non extinction du modèle SIS de paramètre de contamination  $\lambda$ , pour toutes valeurs de  $\lambda$
- Sur le graphe fini dans  $[0, \sqrt{n})^d$ :** temps d'extinction du modèle SIS exponentiel par rapport à la taille du graphe.

$$\mathbb{P}(\tau_{G_n} \geq e^{cn}) \rightarrow 1 \quad \text{quand } n \rightarrow \infty$$

Quand  $\gamma > 2$  et  $\alpha \in (d, 2d)$

- Moins d'arêtes
  - Distance de graphe à l'échelle  $\log$  de la distance euclidienne.
  - Sur le graphe fini de taille dans  $[0, \sqrt{n})^d$ :**
- $$\mathbb{P}\left(\tau_{G_n} \geq \exp\left(c \frac{n}{(\log n)^A}\right)\right) \rightarrow 1 \quad \text{quand } n \rightarrow \infty$$

# Inférence des paramètres : méthodes ABC

Collaborateurs: Gaël BEAUNÉE et Patrick HOSCHEIT

# Inférence des paramètres : méthodes ABC

Collaborateurs: Gaël BEAUNÉE et Patrick HOSCHEIT

## Objectif :

Inférence sur les paramètres  $\tau, \alpha$

$$\text{SFP}(\tau, \alpha, d = 2) \iff \text{BDNI}$$

# Inférence des paramètres : méthodes ABC

Collaborateurs: Gaël BEAUNÉE et Patrick HOSCHEIT

## Objectif :

Inférence sur les paramètres  $\tau$ ,  $\alpha$

SFP ( $\tau$ ,  $\alpha$ ,  $d = 2$ )  $\iff$  BDNI



## Outil:

*Approximate Bayesian Computation* (ABC): méthodes d'inférence basées sur des statistiques bayésiennes.

# Inference des paramètres : méthodes ABC

Collaborateurs: Gaël BEAUNÉE et Patrick HOSCHEIT

## Objectif :

Inférence sur les paramètres  $\tau, \alpha$

SFP ( $\tau, \alpha, d = 2$ )  $\iff$  BDNI

## Outil:

*Approximate Bayesian Computation (ABC)*: méthodes d'inférence basées sur des statistiques bayésiennes.

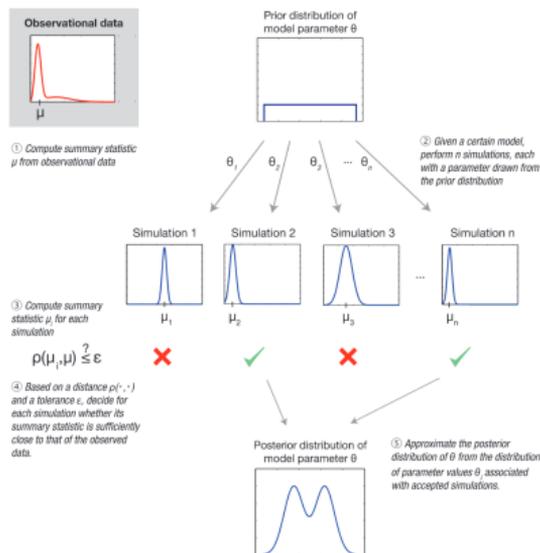


Figure 1. Parameter estimation by Approximate Bayesian Computation: a conceptual overview.  
doi:10.1371/journal.pcbi.1002803.g001

# Inference des paramètres : méthodes ABC

Collaborateurs: Gaël BEAUNÉE et Patrick HOSCHEIT

## Objectif :

Inférence sur les paramètres  $\tau, \alpha$

SFP ( $\tau, \alpha, d = 2$ )  $\iff$  BDNI

## Outil:

*Approximate Bayesian Computation (ABC)*: méthodes d'inférence basées sur des statistiques bayésiennes.

🛠 Méthode indépendante de la vraisemblance

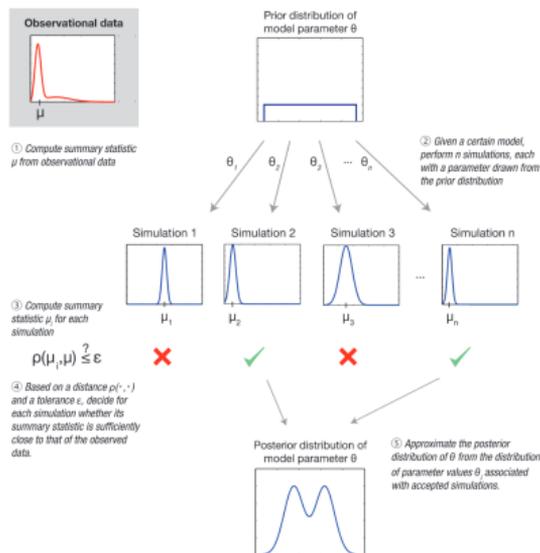


Figure 1. Parameter estimation by Approximate Bayesian Computation: a conceptual overview.  
doi:10.1371/journal.pcbi.1002803.g001

# Inference des paramètres : méthodes ABC

Collaborateurs: Gaël BEAUNÉE et Patrick HOSCHEIT

## Objectif :

Inférence sur les paramètres  $\tau, \alpha$

SFP ( $\tau, \alpha, d = 2$ )  $\iff$  BDNI

## Outil:

*Approximate Bayesian Computation (ABC)*: méthodes d'inférence basées sur des statistiques bayésiennes.

👉 Méthode indépendante de la vraisemblance ✓

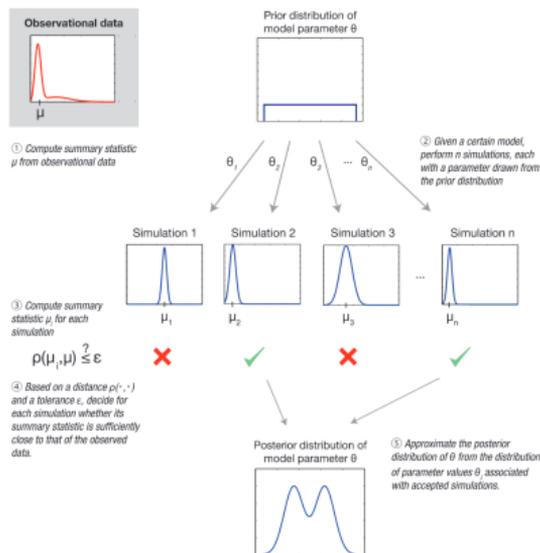


Figure 1. Parameter estimation by Approximate Bayesian Computation: a conceptual overview.  
doi:10.1371/journal.pcbi.1002803.g001

# Inference des paramètres : méthodes ABC

Collaborateurs: Gaël BEAUNÉE et Patrick HOSCHEIT

## Objectif :

Inférence sur les paramètres  $\tau, \alpha$

SFP ( $\tau, \alpha, d = 2$ )  $\iff$  BDNI

## Outil:

*Approximate Bayesian Computation (ABC)*: méthodes d'inférence basées sur des statistiques bayésiennes.

☞ Méthode indépendante de la vraisemblance ✓

☞ Méthode basée sur la simulation

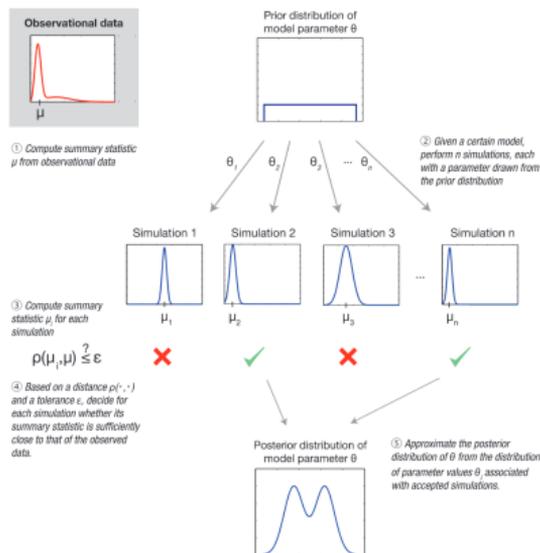


Figure 1. Parameter estimation by Approximate Bayesian Computation: a conceptual overview.  
doi:10.1371/journal.pcbi.1002803.g001

# Inférence des paramètres : méthodes ABC

Collaborateurs: Gaël BEAUNÉE et Patrick HOSCHEIT

## Objectif :

Inférence sur les paramètres  $\tau, \alpha$

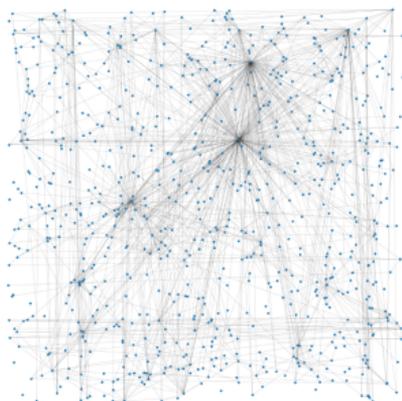
SFP ( $\tau, \alpha, d = 2$ )  $\iff$  BDNI



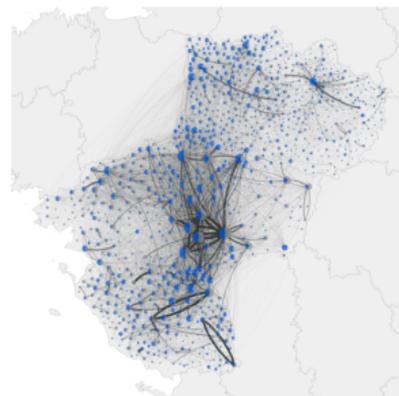
## Outil:

*Approximate Bayesian Computation* (ABC): méthodes d'inférence basées sur des statistiques bayésiennes.

- ☞ Méthode indépendante de la vraisemblance ✓
- ☞ Méthode basée sur la simulation ✓



Simulation de SFP avec  $\tau = 2.5$  et  $\alpha = 1.8$



Représentation de la BDNI (Image créée par Gaël BEAUNÉE)

# Bibliographie I

-  Dalmau, J., & Salvi, M. (2019, February). Scale-free percolation in continuum space: Quenched degree and clustering coefficient [arXiv:1902.05774 [math]]. Retrieved October 21, 2022, from <http://arxiv.org/abs/1902.05774>
-  Deijfen, M., van der Hofstad, R., & Hooghiemstra, G. (2013). Scale-free percolation. **Annales de l'Institut Henri Poincaré, Probabilités et Statistiques**, **49**(3). <https://doi.org/10.1214/12-AIHP480>  
Document qui nous permet de donner les espace auquel appartiennent les paramètre pour être dans le bon régime de SFP.
-  Linker, A., Mitsche, D., Schapira, B., & Valesin, D. (2021). The contact process on random hyperbolic graphs: Metastability and critical exponents [Publisher: Institute of Mathematical Statistics]. **The Annals of Probability**, **49**(3), 1480–1514. <https://doi.org/10.1214/20-AOP1489>
-  Mountford, T., Mourrat, J.-C., Valesin, D., & Yao, Q. (2016). Exponential extinction time of the contact process on finite graphs. **Stochastic Processes and their Applications**, **126**(7), 1974–2013. <https://doi.org/10.1016/j.spa.2016.01.001>
-  Sunnåker, M., Busetto, A. G., Numminen, E., Corander, J., Foll, M., & Dessimoz, C. (2013). Approximate bayesian computation. **PLoS computational biology**, **9**(1), e1002803.